نشریه پژوهش‌های اقلیم شناسی | سال نهم | شماره سی و ششم | زمستان ۱۳۹۷

تحلیل بارش های روزانه تبریز جهت بررسی احتمال تواتر و تداوم روزهای خشک و مرطوب

فخرالدین ایرانپور[۱]*، حسن زهره وندی[۲]

۱- دانشجوی دکتری آب و هواشناسی دانشگاه رازی کرمانشاه و کارشناس ارشد مرکز تحقیقات هواشناسی همدان

۲- دانشجوی دکتری آب و هواشناسی دانشگاه تبریز و کارشناس ارشد مرکز تحقیقات هواشناسی همدان

تاریخ وصول:۱۳۹۵/۳/۳۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۹/۱۸

چکیده

یکی از مهم ترین عوامل موثر در مدیریت صحیح منابع آب، شناخت دقیق احتمالات رخ داد بارش و نحوه توزیع روزهای متوالی خشک و بارانی است. چنین شناختی می تواند زمینه های مناسبی برای برنامه ریزان در جهت مقابله با اثرات مخرب خشکسالی ها و نوسانات شدید بارش ارائه دهد. در این پژوهش با استفاده از داده های مربوط به بارش های روزانه تبریز در یک دوره آماری ۶۰ ساله(۱۹۵۱- ۲۰۱۰) که از اداره کل هواشناسی استان آذربایجان شرقی دریافت گردید، با استفاده از قوانین احتمال، به صورت فرآیندهای تصادفی و با استفاده از مدل زنجیره های مارکوف، احتمال تداوم و تواتر روزهای بارش و خشکی، احتمال وقوع بارش و احتمال مقدار بارش، دوره برگشت و احتمال تداوم خشکی های ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ روزه برای تمام روزهای سال در قالب هفتگی محاسبه و مورد تحلیل قرار گردید. در این بررسی احتمال وقوع بارش هفتگی ۲۲ درصد و احتمال عدم وقوع بارش ۷۸ درصد بدست آمد. نتایج حاصل از محاسبه ماتریس تغییر وضعیت برای روزهای مختلف سال در قالب هفته ای نشان می دهد که در مجموع ۱۷۱۶۸ روز، روز خشک و۴۷۹۲روز بارندگی وجود داشته است. به عنوان نمونه طی ۱۱۹ روز آمار موجود از اولین هفته فروردین در این دوره ۶۰ ساله ۱۹۱ روز، روزهای خشکی است که بعد از روز خشک رخ داده است. بالاترین احتمال وقوع بارش در فصل بهار و هفته با ۴۶ درصد می باشد و خشکی های ۷ روزه دارای کمترین احتمال تداوم برای تمام هفته های سال بدست آمد.

کلید واژه ها: روز های خشک متوالی، زنجیره مارکوف، احتمالات بارش، تبریز.

مقدمه

در ایران بارش یکی از متغیرهای اساسی برای ارزیابی توان بالقوه دسترسی به منابع آب است. اما به لحاظ اینکه توزیع زمانی مکانی این متغییر، بسیار ناموزون است ، توزیع منابع آب کشور نیز یکنواخت نیست. نگهداری و مدیریت منابع آب ضمن اینکه تابعی از بارش دریافتی است به تغییر پذیری بارش نیز بستگی دارد. هرچه تغییرات مکانی بارش کوچکتر باشد همگنی و یکدستی منابع آب نیز بیشتر می شود. از سوی دیگر هر چه تغییر پذیری زمانی بارش کمتر باشد منابع آب نیز با ثبات تر خواهد بود و عرضه دائمی آب امکان پذیر می شود. به همین دلیل تغییرپذیری زمانی بارش در ارزیابی منابع آب آبخیزها و مطالعه نسبی منابع

آب محلی و منطقه ای اهمیت زیادی دارد. در رابطه با استفاده از مدل سازی جهت تحلیل روزهای خشک متوالی مطالعات زیادی در جهان انجام گرفته است از آن جمله می توان به مطالعات الفکی و افرینک (Elfeki and 1996 uffrink,) اشاره نمود که برای پیش بینی عمق آبهای زیر زمینی در ماه‌های مختلف سال از مدل زنجیره مارکوف استفاده کردند و توانستند عمق آب را بخصوص در ماه‌های تر و خشک به خوبی پیش‌بینی کنند. واید و گومز (Vide and Gomez,1999)نیز با ناحیه‌بندی شبه جزیره اسپانیا بر پایه طول روزهای خشک به کمک زنجیره مارکوف ، بارش های معادل یا بیشتر از ۰/۱ ، ۱ و ۱۰ میلی متر را تحلیل کردند و در نهایت نتایج مطالعات آنان نشان داد که مدل زنجیره مارکوف تنها بر بخش های شمالی و مرکزی اسپانیا برازش یافته و در دیگر بخش ها مدل مناسبی به شمار نمی‌آید. بکل(Bekele,2002) با مدل سازی زنجیره مارکوف و اثرات انسو روی فصول بارندگی اتیوپی نشان داد که مدل مارکوف برازش مناسبی را با داده های بارش نشان می دهد..آناگتوستوپلو و همکاران (Anagnostopulou and etal,2002) به تحلیل زمانی و مکانی خشکسالی های ... یونان، با استفاده از توزیع دوجمله‌ای منفی و زنجیره مارکوف مرتبه ۲ پرداختند که در نهایت توزیع فصلی و سالانه فراوانی دوره‌های خشکی را بدست آوردند. آلاسور و همکاران (Alasseur and etal,2004) در شبیه سازی تحلیل زمانی وقوع بارندگی بر اساس مدل زنجیره مارکوف به این نتیجه دست یافتند که بارش با مدل زنجیره مارکوف مرتبه دو خیلی دقیق تر برازش داده می‌شود. هوراث و بیتو (Horvath and Bito,2007) سری های زمانی کاهش بارندگی را با مدل زنجیره مارکوف و بر اساس پیوندهای ریز موج تحلیل کردند که براساس مدل زنجیره مارکوف دو حالته و مدل زنجیره مارکوف نهایی آشکار گردید که مدل مارکوف نهایی می‌تواند در دراز مدت برای مدل هایی که به تغییر اقلیم وابسته‌اند مفید باشد. از جمله مطالعات دیگر در این زمینه می توان به مطالعات ویوک(Vivek,2010) در هند، پوروهیت(Purohit,2008) در بنگلادش، آزومی (Azumi,2010) در مالزی، مینگ (Mingke,2010) در چین اشاره نمود. در ایران نیز با استفاده از مدل زنجیره مارکوف مطالعات مختلفی صورت گرفته است از آن جمله می توان به مطالعات حقیقت جو و شاه محمدی (۱۳۸۱) اشاره نمود که با استفاده از زنجیره مارکوف به پیش‌بینی خشکسالی جریان رود هیرمند پرداخته و به این نتیجه رسیدند که احتمال وقوع شرایط خشکسالی دراز مدت از سایر حالات بیشتر است. حجازی زاده و شیرخانی (۱۳۸۲) در پژوهشی با عنوان تحلیل و پیش‌بینی خشکسالی و دوره-های خشک استان خراسان از مدل های زنجیره مارکوف استفاده نمودند. نتایج مطالعات آنان نشان داد در تمام فصول متوسط تعداد روزهای خشک بیست روز و بالاتر از آن می-باشد. آشکر طوسی و همکاران (۱۳۸۲) برای بررسی احتمال وقوع خشکسالی در استان خراسان از مدل زنجیره مارکوف مرتبه اول استفاده نموده و بر این اساس نقشه های پهنه بندی احتمال وقوع برای سه وضعیت خشکسالی ، نرمال و حالت مرطوب تهیه نمودند. رضیئی و همکاران (۱۳۸۲) نیز برای پیش بینی شدت ، تداوم و فراوانی خشکسالی با استفاده از روش های احتمالاتی از زنجیره مارکوف در سیستان بهره جستند و به ساخت ماتریس احتمال و ماتریس ایستای منطقه اقدام کردند که در نهایت به پیش‌بینی وضعیت دراز مدت منطقه از نظر دوام خشکسالی و نیز طول مدت خشکسالی ها در ۱۰ سال آینده اقدام کردند. طالشی(۱۳۸۴)، با کمک زنجیره مارکوف به مدل سازی بارش سالانه ایران پرداخت، که نتیجه کار وی طبقه بندی ایستگاه های مورد مطالعه بر اساس وضعیت اقلیمی به سه گروه بود، که از بین ایستگاه های مورد مطالعه ۳۳ ایستگاه تاثیر پدیده های دوره‌ای را بر بارش ایستگاه‌های فوق نشان داد. زهره ومندی(۱۳۸۹)، به مطالعه توزیع زمانی مکانی بارش روزانه استان همدان پرداخت و احتمال وقوع بارش و تداوم خشکی های۳ تا ۷ روزه را بدست آورد. جلالی و همکاران(۱۳۸۹) در پژوهشی با عنوان بررسی احتمال وقوع روزهای بارانی در شهر ارومیه با استفاده مدل زنجیره مارکوف پرداختند و نتایج بدست آمده نشان داد که بارش در ماه های بهار نسبت به ماه های دیگر نه تنها با احتمال بیشتری رخ می دهد بلکه تداوم آن نیز بیشتر است و حداکثر بارش های روزانه در این فصل رخ می دهد. محمدی و همکاران(۱۳۹۳) در واکاوی احتمال تواتر و

تداوم روزهای بارانی شهر شیراز با استفاده از مدل زنجیره مارکوف به این نتیجه رسیدند که در ایستگاه هواشناسی شیراز، بارش در ماه های فصل زمستان نسبت به ماه های دیگر نه تنها با احتمال بیشتری رخ می دهد بلکه تداوم آن نیز افزایش می یابد. از جمله مطالعات دیگر در این زمینه می توان به مطالعات سلطانی و مدرس(۱۳۸۵)، در استان اصفهان، یوسفی و همکاران (۱۳۸۶) در قزوین، رضیئی و همکاران(۱۳۸۶) در استان سیستان و بلوچستان و عساکره (۱۳۸۷) در شهر تبریز اشاره نمود. در این مطالعه نیز بارش روزانه تبریز در قالب هفتگی، با استفاده از روش زنجیره مارکوف مدل سازی شده و احتمالات وقوع بارش، مقدار بارش، دوره های تر و خشک و دوره بازگشت خشکی های متوالی نیز محاسبه و تحلیل شده است.

مواد و روش ها

داده های مورد استفاده در این مطالعه شامل آمار در دسترس بارش روزانه ۶۰ سال ایستگاه همدید تبریز از سال ۱۳۳۰ تا ۱۳۸۹ می باشد، که این داده ها از اداره کل هواشناسی استان آذربایجان شرقی دریافت گردید. به جهت بالا بردن دقت در مرحله مدل سازی، داده ها به صورت هفتگی در نظر گرفته شده است. رایج ترین مدل مورد استفاده برای نشان دادن سری زمانی متغییرهای تصادفی گسسته به عنوان زنجیره مارکوف شناخته می شود(Wilks,2006). رویدادهای اقلیمی به عنوان پدیده‌های تصادفی به طور دقیق قابل پیش-بینی نیستند ولی از مشاهده پیاپی آنها آگاهی‌های مفیدی بدست می‌آید که از طریق قوانین احتمالی قابل تعریف هستند. فهم بسیاری از رویدادهای اقلیمی منوط به شناخت احتمال وقوع این فرایندهاست براساس این قوانین احتمالاتی برخی پدیده‌های تصادفی شانس بیشتری برای وقوع دارند. فرایندهای تصادفی به پدیده‌هایی گفته می‌شود که نتوان نتیجه آنها را پیش از رخ دادن به طور قطع معلوم کرد. یک فرایند تصادفی مجموعه‌ای از متغییرهای تصادفی که طی زمان، مقادیر (مشاهدات) مختلفی را نشان می‌دهد. گفته می‌شود مثل وقوع بارش با مقدار معین خشکسالی و ترسالی ها. برای محاسبه شانس وقوع پیشامدها لازم است مدل مناسبی انتخاب شود. بررسی این حالت های نامعین یا تصادفی و انتخاب مدل را دانش احتمال برعهده دارد. در این پژوهش تلاش بر این است که با بهره‌گیری از این دانش و بر اساس روش زنجیره مارکوف احتمال وقوع روزهای بارش در شهرستان تبریز بدست آید. اگر فرایند تصادفی $[x(t)\ ,\ t \in T]$ به گونه‌ای باشد که با معلوم بودن مقدار$x(s)$ ، مقادیر $x(t)$ برای $t > s$ وابسته به مقادیر $x(u)$ برای $u<s$ نباشد ، آنگاه فرایند را فرایند مارکوف گوییم که تعریف آن به **صورت زیر بیان می‌شود " فرایندهای تصادفی که با اطلاع از وضعیت کنونی، وضعیت های گذشته آنها اثری بر احتمال های شرطی پیشامدهایی که در آینده رخ می‌دهند، ندارد، فرایند مارکوف می‌گویند". به عبارتی به صورت زیر بیان می‌شود.**

$$t_1 \langle t_2 \langle \ldots\ldots \langle t \qquad (1)$$

فرآیند مارکف یک سیستم ریاضی با تعدادی حالت هست که در آن انتقال یا گذار (Transition) از یک حالت به حالت دیگر صورت می‌گیرد. مهم ترین ویژگی زنجیره مارکوف آن است که یک فرآیندی تصادفی بدون حافظه است. بدین معنی که حالت بعد تنها به حالت فعلی بستگی دارد و به وقایع قبل از آن وابسته نیست. این خاصیت اصطلاحا" خاصیت مارکف نام دارد. زنجیره مارکوف یک روش ریاضی برای مدل بندی فرایندهای تصادفی است. که توالی از مشاهدات را در طول زمان نشان می دهد. وابستگی این زنجیره به زمان یا از طریق ضرایب همبستگی و یا با استفاده از ماتریسهای احتمال انتقال بیان می‌شود(علیزاده، ۱۳۸۵). تجزیه و تحلیل زنجیره مارکوف راه حلی است برای تحلیل کنونی متغییرهای معلوم تا پیش‌بینی حرکات آینده متغییرها امکان پذیر باشد که در صورتی مارکوف مرتبه اول نتواند پاسخگوی احتمالات دقیق آینده باشد باید از درجه بالاتر این تحلیل استفاده شود. هر برآمد (نتیجه) فرایندهای تصادفی که تنها به برآمد بلافاصله قبل از آن بستگی دارد را فرایند تصادفی با ویژگی مارکوف می‌گویند. براین اساس فرایند تصادفی که در ویژگی مارکوف صدق می‌کند فرایند یا زنجیره‌های مارکوف می‌گویند. زنجیره گویایی این واقعیت است که هر برآمد به رویداد بلافاصله قبل از خودش وابسته می‌باشد و به رویدادهای ماقبل

خودش مربوط نمی‌باشد. در واقع در این رویه احتمال وقوع یک حالت اقلیمی در زمان t به وضعیت آن در زمان قبل یعنی t-1 بستگی دارد(عساکره،۱۳۸۷ و علیزاده، ۱۳۸۵). برای مثال روز خشک امروز بر اساس وضعیت تر روز قبل بررسی می‌شود، بنابراین برای هر زوج حالت های متوالی یک احتمال وجود دارد در این صورت احتمال تغییر هریک از مشاهدات از حالتی به حالت دیگر مشخص می‌شود. زنجیره مارکوف همچنین احتمال اینکه یک رویداد از چه تداومی تبعیت می‌کند را مورد بحث قرار می‌دهد. به عنوان مثال احتمال اینکه یک ترسالی با چند مرحله تغییر بعد از یک دوره نرمال بارش رخ می‌دهد یک فرایند مارکوفی است. در زنجیره مارکوف برای تعیین مرتبه زنجیره از ماتریس احتمال انتقال استفاده می‌شود در صورتی که احتمال رخداد ترسالی و خشکسالی به یک مرحله قبل وابسته باشد مدل مرتبه اول زنجیره مارکوف نامیده می‌شود به عبارتی احتمال اینکه زنجیره در زمان(t_n) در وضعیت(j) باشد به شرط اینکه زنجیره در زمان (t_{n-1}) در وضعیت (i)بوده، احتمال تغییر وضعیت یک مرحله‌ای می‌نامیم که به صورت زیر بیان می‌شود:

روش مورد استفاده در این مطالعه مدل مرتبه اول زنجیره مارکوف است. زنجیره مارکوف یک روش ریاضی برای مدل بندی فرایندهای تصادفی است. که توالی مشاهدات را در طول زمان نشان می‌دهد. وابستگی این زنجیره به زمان یا از طریق ضرایب همبستگی و یا با استفاده از ماتریس های احتمال انتقال بیان می‌شود که رابطه آن به این صورت می باشد (Mimikou,1983):

$$r_y = 1 - \frac{6\sum_{i-1}^{n} d_i^{\,2}}{n\left(n^2-1\right)} \quad (۲)$$

$$p\{x_{t+1} \,|x_t\,, x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots, x_1\} = p\{x_{t+1} \,|x_t\,\}$$

P= احتمال وقوع حالت x_{t-1} به شرط وقوع حالت

X=حالت متغییر

t = زمان

برای محاسبه ماتریس تغییر وضعیت از رابطه زیر استفاده شده است(عساکره،۱۳۸۷):

$$F = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} d & r \end{array} \\ \begin{array}{c} d \\ r \end{array} & \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix} \end{array} \quad (۳)$$

محاسبه دوره بازگشت روزهای خشک و تر متوالی با استفاده از رابطه زیر انجام شده است(عساکره ،۱۳۸۷).

$$T_m = \frac{1}{p_d{}^{m-1} q_r} \quad (۴)$$

p = عدم احتمال خشکی

m = دوره خشکی مورد نظر طی m روز

Tm = دوره بازگشت خشکی m روزه

آزمون نیکویی برازش:

آزمون نیکویی برازش جهت تعیین مرتبه مناسب مدل های زنجیره مارکوف با استفاده از آزمون خی دو انجام شده است که رابطه آن به صورت زیر است(مهدوی و طاهرخانی،۱۳۸۳):

$$X^2 = \frac{(O-E)^2}{E} \quad (۵)$$

برای انجام آزمون علیه روند داده‌ها از آزمون اسپیرمن استفاده شده است که معادله آن به صورت ذیل است(مهدوی و طاهرخانی، ۱۳۸۳) :

(۶)

و همچنین احتمالات ساده وقوع روزهای خشک و تر در هر ماه که از تقسیم یک بر احتمال بارش و یا خشکی حاصل می شود بدست می‌آید. احتمالات اقلیمی که نشان می‌دهد چند درصد از دوره مورد مطالعه خشک و چند درصد تر است که در این مطالعه از رابطه‌های زیر محاسبه شده است (Elseed,1987) :

احتمال وقوع روز تر : $$T_r = \frac{1}{\mathrm{p}} \quad (۷)$$

احتمال وقوع روز خشک : $$T_d = \frac{1}{\mathrm{q}} \quad (۸)$$

در نهایت احتمال تداوم خشکی های چند روزه با استفاده از پایا نمودن ماتریس احتمال و از رابطه زیر و با به توان رساندن

ماتریس احتمال برای تداوم خشکی های۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ روزه برای تمام روزهای سال در قالب هفتگی محاسبه گردید.

$$p^{(k)}(i \rightarrow j) = p[x(n+k) = j | x(n) = i] \quad (۹)$$

نتایج و بحث

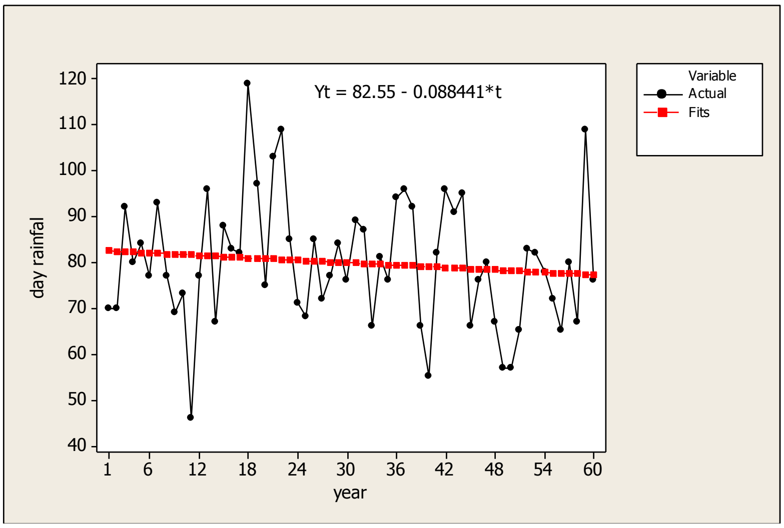
مشخصات توصیفی روزهای بارش

نحوه توزیع زمانی بارش در طول سال می تواند تاثیرات زیادی بر برنامه‌ریزی‌های مربوط به بخش آب و کشاورزی داشته باشد با توجه به اینکه کشور ایران در کمربند خشک جهانی قرار گرفته و اکثر مناطق آن دارای اقلیم خشک ونیمه‌خشک می باشد و کشاورزی این مناطق نیز بر اساس این اقلیم شکل گرفته است. تغییرات زمانی بارش می تواند خسارات جبران ناپذیری به بخش کشاورزی و منابع آب این مناطق وارد نماید. بنابراین شناخت نظام تغییراتی آن می تواند کمک شایانی در این زمینه باشد. تعداد روزهای بارش یکی از ملاک های مناسب جهت ارزیابی نحوه توزیع زمانی بارش می باشد. میانگین تعداد روزهای بارش در تبریز به صورت میانگین ۸۰ روز در سال می باشد. به طور متوسط ۳۰ روز بارشی در فصل بهار، ۵ روز در فصل تابستان، ۱۹روز در فصل پاییز و ۲۶ روز در فصل زمستان رخ داده است.

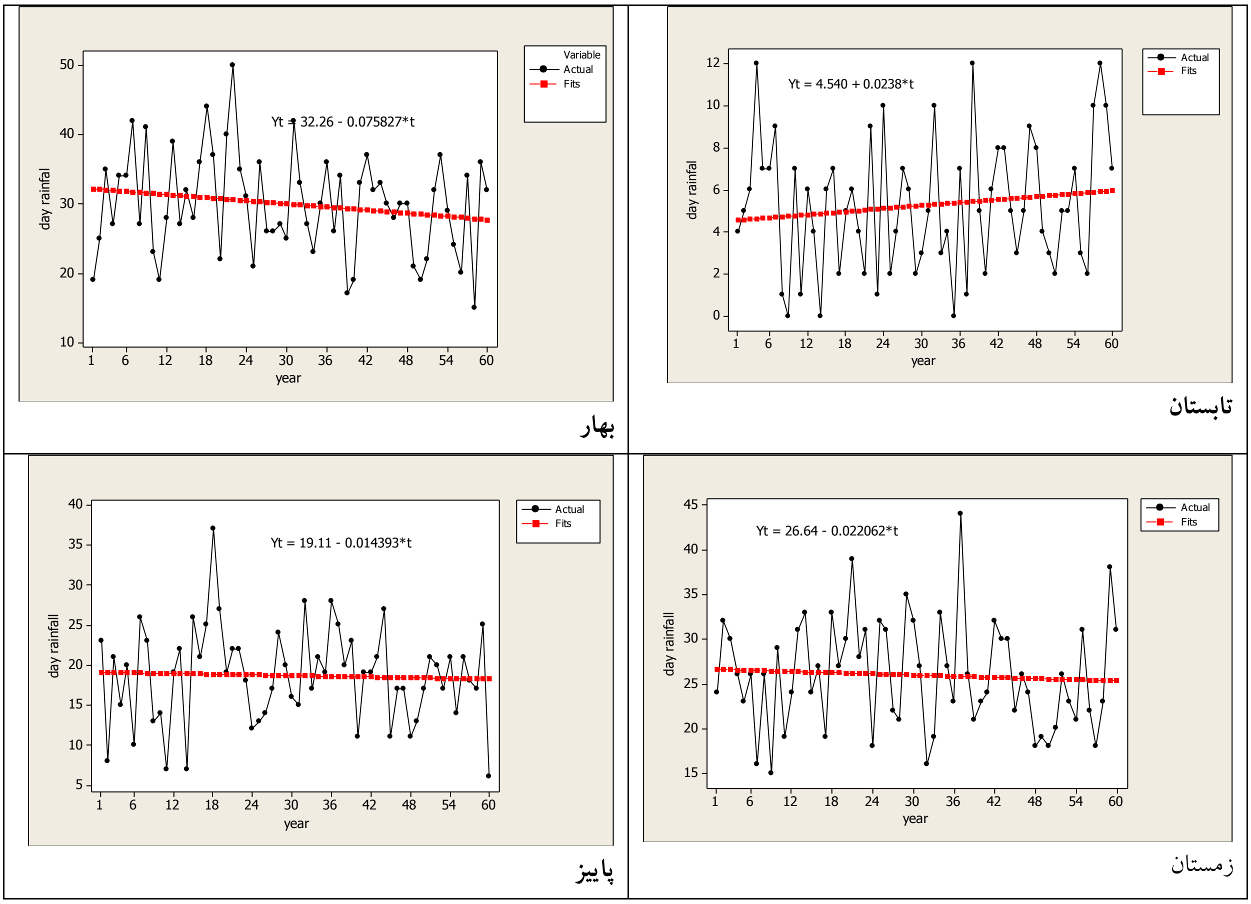
جدول(۱) ویژگی های آماری تعداد روزهای بارانی ایستگاه همدید تبریز را نشان می دهد. شکل(۱) روند تغییرات تعداد روزهای بارانی تبریز را نشان می دهد. براساس مقادیر برازش یافته تعداد روزهای بارانی روندی کاهشی داشته که البته این روند بر اساس آزمون من- کندال معنا دار نمی باشد. همچنین شکل (۲) روند تغییرات تعداد روزهای بارانی را در فصول مختلف سال نشان می دهد.

جدول ۱- ویژگیهای آماری تعداد روزهای بارشی ایستگاه همدید تبریز در طی دوره آماری(۱۹۵۱-۲۰۱۰)

آماره	ارزش	آماره	ارزش
میانگین	۸۰	دامنه	۷۳
واریانس	۱۹۲	کشیدگی	۰/۴۹
انحراف معیار	۱۳/۸۶	چولگی	۰/۳۲
ضریب تغییرات٪	۱۷/۳۵	مد	۷۷
حداقل	۴۶	میانه	۷۹
حداکثر	۱۱۹		



شکل ۱- تعداد روزهای بارشی و مقادیر برازش یافته در طی دوره آماری(۱۹۵۱- ۲۰۱۰)



شکل ۲- تعداد روزهای بارشی و مقادیر برازش یافته برای فصول مختلف در طی دوره آماری(۱۹۵۱-۲۰۱۰)

تعیین مرتبه مناسب برای مدل سازی تغییر وضعیت بارش ایستگاه همدید تبریز

وضعیت بارش روزانه شهر تبریز با فرض دو حالته بودن در ماتریس فراونی زیر مرتب شده است. برای این منظور جهت تعیین صحیح بودن این فرض برای انجام مراحل بعدی مدل سازی ماتریس تغییر وضعیت روزهای بارانی وخشک محاسبه گردید. ماتریس تغییر وضعیت ایستگاه تبریز به صورت زیر می باشد:

$$F = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} d & r \end{array} \\ \begin{array}{c} d \\ r \end{array} & \begin{bmatrix} 14649 & 2519 \\ 2520 & 2272 \end{bmatrix} \end{array} \qquad (۱۰)$$

بررسی ماتریس تغییر وضعیت نشان می دهد که از مجموع ۲۱۹۶۰ روز آمار مورد بررسی ۱۴۶۴۹ روز تغییر وضعیت از حالت روز خشک به روز خشک بعد (d←d) و ۲۵۱۹ روز تغییر وضعیت روز بارانی است که بعد از روز خشک (R←d) اتفاق افتاده است. در ردیف دوم نیز ماتریس تبدیل وضعیت از روز بارانی به روز خشک و روز بارانی به بارانی به ترتیب ۲۵۲۰ و ۲۲۷۲ روز می باشد.

$$X^2 = 112.079 + 401.647 + 401.540 + 1438.955 = 2354.221 \qquad (۱۱)$$

جدول ۲- جدول مقادیر مشاهده شده و مقادیر مورد انتظار ماتریس فراوانی

تغییر وضعیت زنجیره مارکوف دو حالته	d	r	∑
d	۱۴۶۴۹	۲۵۱۹	۱۷۱۶۸
	(۱۳۴۲۲,۴۷)	(۳۷۴۵,۵۳)	
r	۲۵۲۰	۲۲۷۲	۴۷۹۲
	(۳۷۴۶,۵۳)	(۱۰۴۵,۴۷)	
∑	۱۷۱۶۹	۴۷۹۱	۲۱۹۶۰

بر اساس ماتریس تغییر وضعیت محاسبه شده جهت مشخص نمودن مناسب بودن مدل مرتبه اول زنجیره مارکوف برای تحلیل داده های ایستگاه تبریز از آزمون نیکویی برازش به روش$x2$ استفاده شده است. جدول(۲) جدول متقاطع جهت انجام آزمون خی دو را نشان می دهد، که اعداد بالای مقادیر مشاهده شده (O) و اعداد داخل پرانتز مقادیر مورد انتظار (E) تحت فرض صفر است. آماره آزمون $x2$ محاسبه شده برای ایستگاه تبریز به شرح رابطه زیر است :

نتایج حاصل از آزمون $x2$ نشان می دهد که داده ها مستقل نیستند و اطمینان کافی برای پذیرش تبعیت داده های بارش روزانه ایستگاه تبریز از مدل مرتبه اول مارکوف وجود دارد. بنابراین کفایت مدل برای تحلیل های بعدی مورد تایید می باشد. در مرحله بعد جهت تعیین اینکه داده ها دارای روند می باشند یا نه و اینکه زنجیره دارای شرایط ایستایی می باشد؟ از آزمون همبستگی به روش اسپیرمن استفاده شده است. نتایج این آزمون در سطح اطمینان ۹۵٪ نیز نشان دهنده آن بود که داده ها فاقد روند بوده و ایستایی زنجیره مورد تایید می باشد. این موضوع نشان گر آن است که فراوانی ها با زمان تغییرزیادی ندارند. بنابراین با توجه به تعداد تغییر وضعیت ها به حالت دیگر و نیز با عنایت به تعریف احتمال، ماتریس احتمال تغییر حالت از ماتریس فراوانی به شرح زیر می باشد :

$$p = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} d & r \end{array} \\ \begin{array}{c} d \\ r \end{array} & \begin{bmatrix} 0.85 & 0.15 \\ 0.53 & 0.47 \end{bmatrix} \end{array} \qquad (۱۲)$$

بررسی ماتریس احتمال تغییر وضعیت نشان می دهد که امکان انتقال روز خشک در تبریز به روز خشک بعدی (D←D) برابر با ۸۵/. = $P_{(D\rightarrow D)}$ است. در صورتی که احتمال انتقال از حالت خشک به حالت بارانی در یک مرحله در تبریز برابر ۱۵/.= $P_{(D\rightarrow R)}$ است. و همچنین احتمال انتقال از حالت بارانی به خشک و به بارانی به ترتیب برابر ۵۳/. = $P_{(R\rightarrow D)}$ و ۴۷/. = $P_{(R\rightarrow R)}$ می‌باشد. با توجه به این مطالب می توان گفت برای حالت های بی شمار ماتریس تغییر وضعیت می تواند دارای ابعاد متفاوت باشد(عساکره، ۱۳۸۷).

محاسبه احتمال پایا (تغییر حالت) بارش روزانه تبریز در قالب هفتگی

چنان که از مبحث قبل می‌توان استنباط نمود، تغییر حالت پرشماری می‌توان برای زنجیره مارکوف تصور و بر آورد نمود. اما جمع بندی این تغییر حالات در یک عبارت کلی می‌تواند تصویری ساده و روشن را ارائه نمایید. برای بدست آوردن عبارت کلی احتمال‌های دو مرحله‌ای فهرستی از مسیرهای ممکن را که فرایند در رفتن از i به j در دو مرحله می‌تواند دنبال کند، متصور می‌شویم. این مسیرها برای مثال j←s←i است. با محاسبه احتمال همه این مسیرها و جمع

نتایج $p^2_{(s\to j)}$ حاصل می‌شود. بنابراین جمع‌یابی روی حالت‌های ممکن فرایند انجام می‌شود به عبارتی این مربع ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای است و به ماتریس تغییر وضعیت دو مرحله‌ای موسوم است. ماتریس p^3 را ماتریس تغییر وضعیت ۳ مرحله‌ای می‌نامند. احتمال تغییر وضعیت k مرحله‌ای است که از به توان k ام رساندن ماتریس تغییر وضعیت یک مرحله‌ای بدست می‌آید. برای ماتریس تغییر وضعیت k مرحله‌ای وقتی k بزرگ می‌شود پدیده جالب توجهی رخ می‌دهد. در این حالت همه سطرهای ماتریس با هم برابر می‌شوند به طوری که اگر به توان رساندن ماتریس تغییر وضعیت را به توان‌های بالاتر ادامه دهیم، درایه‌ها هیچ گونه تغییری نخواهند نمود. برای روزهای بارانی شهر تبریز ماتریس تغییر وضعیت k مرحله‌ای در مرحله هفتم به این شرایط رسید یعنی :

$$P^7 = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} d & r \end{array} \\ \begin{array}{c} d \\ r \end{array} & \begin{bmatrix} 0.7794 & 0.2206 \\ .7794 & 0.2206 \end{bmatrix} \end{array} \quad (۱۳)$$

در واقع بردار سطری این ماتریس گویایی احتمال وقوع وضعیت بلند مدت بارندگی است. همچنین امید ریاضی دوره بازگشت بردار احتمال پایایی زنجیره (۴/۵ و ۱/۳) = π است. یعنی به طور متوسط هر ۱/۳ روز یک روز بدون بارش و هر ۴/۵ روز یک روز بارش در شهر تبریز رخ می‌دهد. این وضعیت برای تمامی سطرهای ماتریس دوره بازگشت قابل تعمیم است و این مقادیر متوسطی است که برای طول سال صادق است. همچنین برای احتمال تداوم خشکی‌های m روزه از روش $(p_m= p^{m-1}q)$ استفاده می‌شود. بر این اساس احتمال تداوم خشکی‌های ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ روزه در ایستگاه تبریز به صورت زیر برآورد می‌گردد:

جدول ۳- احتمال تداوم خشکی های ۳، ۴، ۵، ۶، و۷ روزه در ایستگاه همدید تبریز

تداوم خشکی	احتمال تداوم روزهای خشک	دور ه برگشت به روز
۳ روزه	$p_3=0.7794^{3-1}0.2206=0.134$	1/0.134 = 7.46
۴ روزه	$p_4=0.7794^{4-1}0.2206=0.104$	1/0.103 = 9.61
۵ روزه	$p_5=0.7794^{5-1}0.2206=0.081$	1/0.081 = 12.3
۶ روزه	$p_6=0.7794^{6-1}0.2206=0.063$	1/0. 063 = 15.87
۷ روزه	$p_7=0.7794^{7-1}0.2206=0.049$	1/0.049 = 20.41

بدین ترتیب ۱۳۴/. احتمال دارد خشکی ۳ روزه در شهر تبریز اتفاق بیفتد و یا به عبارتی هر ۷/۴۶ روز یک بار خشکی ۳ روزه در شهر تبریز اتفاق می‌افتد و بدین ترتیب برای خشکی های ۴، ۵، ۶ و۷ روزه نیز مقدار p محاسبه گردید که با افزایش طول دوره خشکی احتمال وقوع آن کاهش یافته است. با توجه به اینکه هدف این مطالعه مدل سازی بارش یه صورت هفته ای می باشد بر این اساس داده های بارش روزانه در قالب هفته ای(۵۲ هفته در سال) برای دوره آماری مورد مطالعه تنظیم گردید و مدل سازی بر روی آنها انجام شد (جدول ۲، که دراین جدول احتمال تغییر حالت از خشکی به خشکی (d←d)، خشکی به بارانی (r←d)، بارانی به خشکی (d←r) و بارانی به بارانی (r←r) برای تمامی روزهای سال در قالب هفتگی بدست آمده است). ارزیابی نتایج حاصل از محاسبه ماتریس تغییر وضعیت برای روزهای مختلف سال در قالب هفته ای نشان می دهد که در مجموع ۱۷۱۶۸ روز، روز خشک و ۴۷۹۲ روز بارندگی وجود داشته است. همچنین احتمال تغییر حالت‌های ماتریس بر اساس درصد بدست آمده است. بر این اساس برای هفته اول فروردین، ۱۹۱ روز تغییر وضعیت از روز خشک به روز خشک بعدی وجود داشته است. در واقع طی۴۲۰ روز آمار موجود از اولین هفته فروردین در این دوره ۶۰ ساله ۱۹۱ روز، روزهای خشکی است که بعد از روز خشک رخ داده است. همچنین برای هفته اول

ژانویه(هفته دوم دی ماه) ۷۰ روز تغییر وضعیت از روز خشک به روز بارانی وجود داشته است و ۷۲ روز تغییر وضعیت در هفته اول فروردین از روز بارانی به روز خشک بوده است و ۸۷ روز در هفته اول فروردین در روزی که بارش رخ داده است. روز بعد از آن نیز همراه با بارش بوده است. همچنین بر اساس جدول (۴) از ۴۲۰ روز هفته اول فروردین ۲۶۱ روز خشک و در ۱۵۹ روز بارندگی صورت گرفته است، در واقع احتمال تغییر وضعیت برای روزهای بارانی، از روز بارانی به روز بارانی بعدی حدود ۵۵ درصد و احتمال تغییر وضعیت از روز خشک به روز بارانی ۲۷ درصد است و احتمال تغییر وضعیت از روز خشک به روز خشک ۷۳ درصد ((p-dd=1-(p-dr و از روز بارانی به روز خشک ۴۵ درصد ((p-rd=1-(p-rr است و همین روال برای تمامی روزهای سال بر اساس هفته در جدول (۴) بدست آمده است.

جدول۴- توزیع احتمال تغییر حالت ماتریس برای ۳۶۶ روزسال در قالب هفتگی تبریز در طی دوره آماری(۱۹۵۱- ۲۰۱۰)

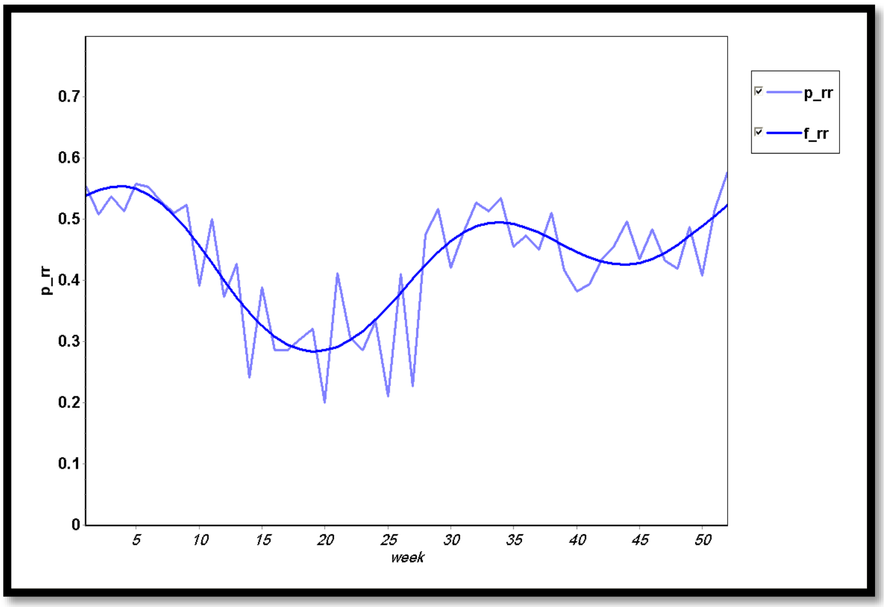
هفته	dd	dr	rd	rr	تعداد روز خشک	تعداد روز بارانی	p_dr	p_rr	p_r	مجموع بارش(Tr)
1	191	70	72	87	261	159	0.27376	0.55414	0.37857	602.5
2	214	68	68	70	282	138	0.24113	0.50725	0.32857	559.3
3	199	69	72	80	268	152	0.26568	0.53691	0.36190	683.9
4	178	78	82	82	256	164	0.31538	0.51250	0.39048	727.6
5	151	85	77	107	236	184	0.33772	0.55729	0.43810	779.7
6	186	72	73	89	258	162	0.28185	0.55280	0.38571	735.3
7	136	92	89	103	228	192	0.39556	0.52821	0.45714	697.8
8	191	76	74	79	267	153	0.27925	0.50968	0.36429	735.6
9	230	63	58	69	293	127	0.20139	0.52273	0.30238	405.5
10	245	64	70	41	309	111	0.22222	0.39048	0.26429	424.2
11	270	52	46	52	322	98	0.14557	0.50000	0.23333	390.9
12	272	57	57	34	329	91	0.17325	0.37363	0.21667	299
13	314	39	38	29	353	67	0.10795	0.42647	0.15952	242.5
14	332	41	34	13	373	47	0.09290	0.24074	0.11190	139.8
15	363	22	21	14	385	35	0.05469	0.38889	0.08333	100.7
16	371	20	21	8	391	29	0.05357	0.28571	0.06905	83.9
17	373	20	19	8	393	27	0.04847	0.28571	0.06429	69.8
18	382	16	15	7	398	22	0.03778	0.30435	0.05238	97.5
19	380	17	15	8	397	23	0.03797	0.32000	0.05476	25.8
20	392	12	13	3	404	16	0.03210	0.20000	0.03810	52.5
21	391	10	12	7	401	19	0.02978	0.41176	0.04524	69.8
22	401	9	6	4	410	10	0.01474	0.30769	0.02381	26.1
23	395	10	11	4	405	15	0.02709	0.28571	0.03571	35
24	395	10	10	5	405	15	0.02469	0.33333	0.03571	44.7
25	383	15	18	4	398	22	0.04489	0.21053	0.05238	93.9

26	361	23	20	16	384	36	0.05249	0.41026	0.08571	177
27	380	17	18	5	397	23	0.04523	0.22727	0.05476	71.4
28	356	21	24	19	377	43	0.06316	0.47500	0.10238	147.4
29	322	30	36	32	352	68	0.10056	0.51613	0.16190	202.3
30	302	44	42	32	346	74	0.12209	0.42105	0.17619	269.8
31	272	49	54	45	321	99	0.16564	0.47872	0.23571	338.1
32	277	45	48	50	322	98	0.14769	0.52632	0.23333	469.2
33	254	56	51	59	310	110	0.16721	0.51304	0.26190	485.4
34	253	53	53	61	306	114	0.17320	0.53509	0.27143	434.7
35	302	42	41	35	344	76	0.11953	0.45455	0.18095	266.8
36	276	49	51	44	325	95	0.15596	0.47312	0.22619	340.8
37	267	55	53	45	322	98	0.16563	0.45000	0.23333	328.2
38	276	47	48	49	323	97	0.14815	0.51042	0.23095	302.6
39	248	63	64	45	311	109	0.20513	0.41667	0.25952	327.9
40	264	60	59	37	324	96	0.18266	0.38144	0.22857	307.7
41	268	57	58	37	325	95	0.17791	0.39362	0.22619	222.9
42	256	59	60	45	315	105	0.18987	0.43269	0.25000	302
43	275	50	53	42	325	95	0.16159	0.45652	0.22619	231.7
44	234	60	67	59	294	126	0.22259	0.49580	0.30000	339.1
45	257	61	55	47	318	102	0.17628	0.43519	0.24286	309.7
46	231	64	65	60	295	125	0.21959	0.48387	0.29762	379
47	238	67	64	51	305	115	0.21192	0.43220	0.27381	318.3
48	236	68	67	49	304	116	0.22112	0.41880	0.27619	258.1
49	245	58	62	55	303	117	0.20195	0.48673	0.27857	407.5
50	216	77	74	53	293	127	0.25517	0.40769	0.30238	525.5
51	202	71	71	76	273	147	0.26007	0.51701	0.35000	515.8
52	246	86	91	117	332	208	0.27003	0.57635	0.38519	741.6
	14649	2519	2520	2272	17168	4792	0.15	0.47	0.2206	17143.8

همچنین احتمال وقوع بارش برای هر روز از سال به دست آمده و در قالب هفته به صورت ۵۲ هفته در سال نشان داده شده است. بررسی احتمال تغییر حالت بارش نشان می دهد که ازهفته اول تا هفته دوازدهم احتمال وقوع بارش به طور متوسط ۳۵٪ است. اما از هفته سیزدهم تا هفته بیست و نهم احتمال بارش به حدود کمتر از ۱۰ درصد و در بعضی از هفته ها به صفر می رسد و مجددا" از هفته ۳۰ احتمال بارش افزایش می یابد. اما بالاترین احتمال بارش در هفته هفتم با ۴۶ درصد احتمال بارش مشاهده می شود. شکل(۵)

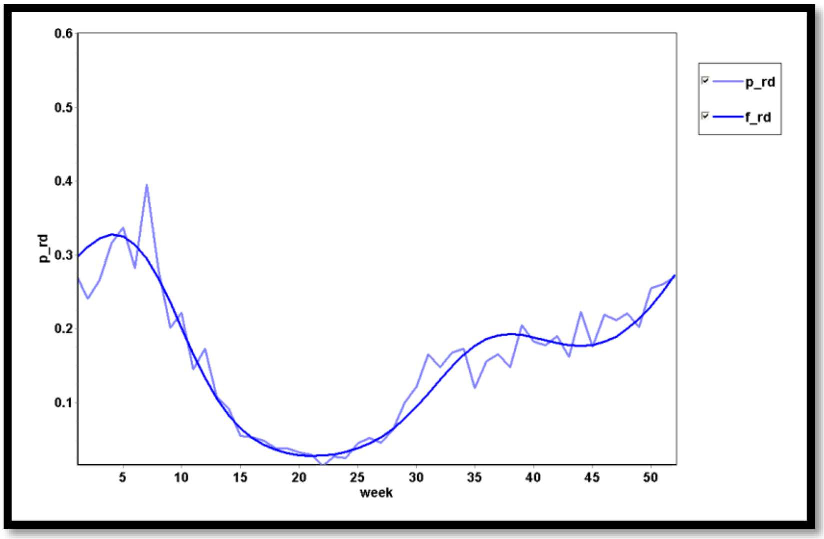
احتمال تغییر حالت روز خشک به بارش(p-dr) تقریبا" از مقادیر احتمال بارش پیروی می کند. البته احتمال درصدی آن کمتر از مقادیر بارش است. همان طور که در شکل (۴) دیده می شود، احتمال روز بارش بعد از روز بارش درصد بالاتری نسبت به بارش دارد، که نشان می دهد در صورت رخ داد بارش در روز قبل احتمال بارش در این روز افزایش می یابد که بیش ترین مقدار آن در هفته های اول تا نهم ،۳۲ تا ۳۴ ، ۵۱ و۵۲ با بیش از۵۰ در صد دیده می شود، یعنی در صورت رخ داد بارش در یکی از روز های این هفته ها با

احتمال بیش از ۵۰ درصد در روز بعد نیز بارندگی رخ می‌دهد.

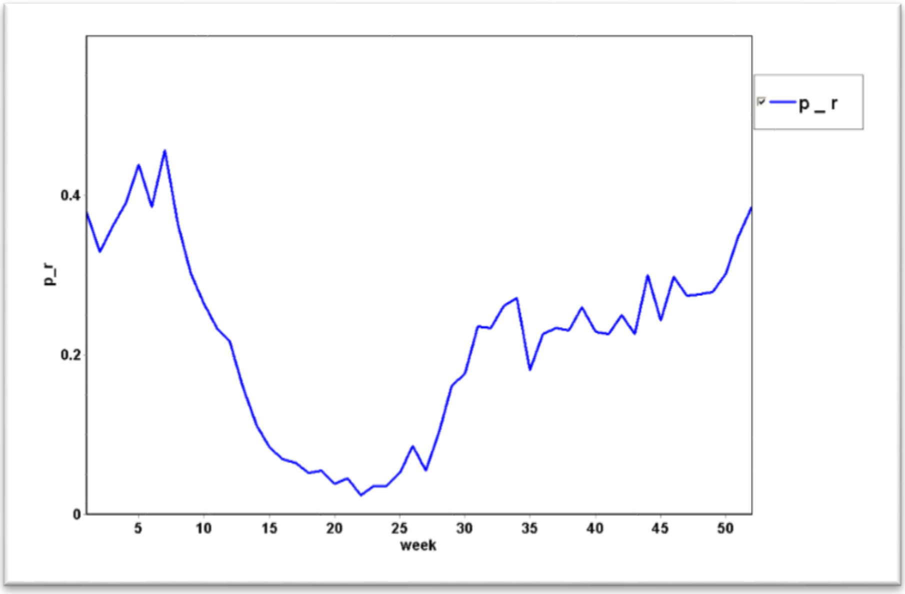


شکل ۳- نمودار احتمالاتی تغییر حالت بارش روزانه تبریز در قالب هفتگی طی دوره آماری(۱۹۵۱- ۲۰۱۰)

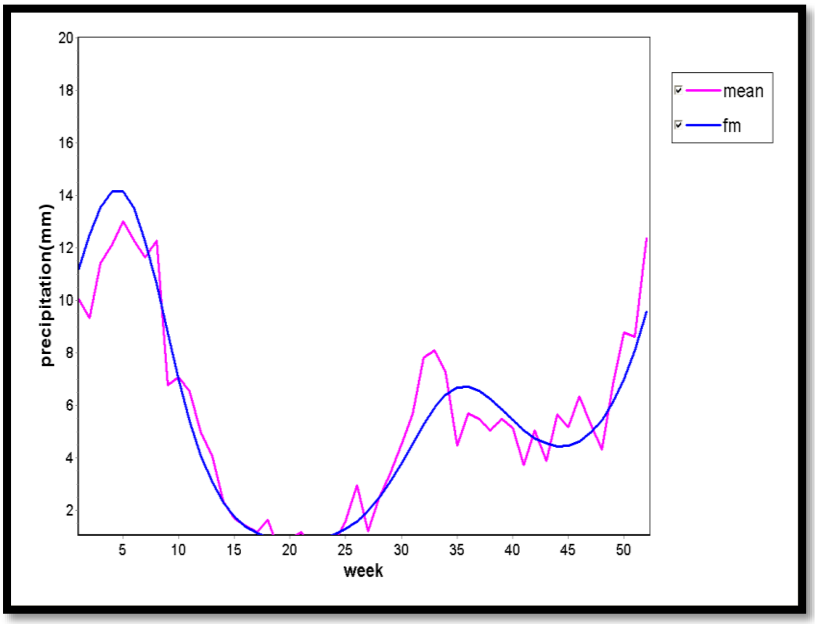
تحلیل مدل برازش شده مرتبه ۱ زنجیره مارکوف در ایستگاه تبریز نشان می دهد که احتمال تغییر حالت توالی روز بارانی به روز بارانی دارای درصد بیشتری نسبت به تغییر حالت از روز بارانی به خشک می‌باشد و این حالت درهفته هایی که به ترتیب در فصول بهار و پائیز قرار دارد، بیشتر از سایر هفته ها مشاهده می شود. ولی احتمال تغییر حالت از بارش به خشکی در هفته های ۴ تا ۷ بالاترین مقدار را دارا می باشد که در فصل بهار قرار می گیرد و همچنین در ماه های تابستان به دلیل یکنواختی آب و هوا تغییر ات کمتری مشاهده می‌شود. شکل (۴)



شکل ۴- نمودار احتمالاتی تغییر حالت بارش روزانه تبریز در قالب هفتگی طی دوره آماری(۱۹۵۱- ۲۰۱۰)



شکل ۵- مدل برازش شده مرتبه ۱ زنجیره مارکوف برای احتمال بارش روزانه در قالب هفته طی دوره آماری(۱۹۵۱- ۲۰۱۰)



شکل ۶- میانگین بارش هفتگی و مدل نهایی fm آن در تبریز بر حسب میلی متر طی دوره آماری(۱۹۵۱-۲۰۱۰)

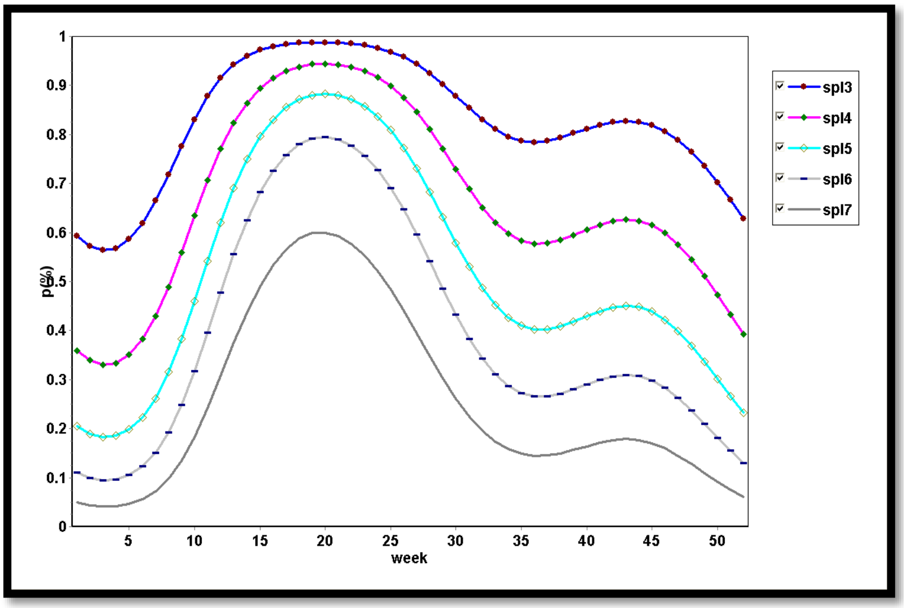
شکل (۶) میانگین بارش هفتگی و مدل نهایی زنجیره مارکوف مرتبه اول، میانگین بارش هفتگی تبریز را بر حسب میلی متر نشان می‌دهد، که حسن بزرگ آن حذف واریانس های بارش هفتگی و تولید یک منحنی فیت شده می باشد. همان طور که در منحنی مشخص است از هفته ۱۵ تا ۲۸ بارش نزدیک به صفر است بیش ترین مقدار برازش یافته در هفته ۴ و ۵ با بیش از ۱۴ میلی متر بارش می باشد و نکته قابل توجه اینکه کاهش بارش در هفته های منتهی به زمستان است.

دوره‌های خشکی متوالی ایستگاه همدید تبریز

به منظور بررسی دور های خشک متوالی ،دوره‌های بازگشت خشکی‌های ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ روزه را برای هر هفته سال برای تبریز پیش‌بینی شده است، که بر این اساس از

پیش بینی دورهای بازگشت بارش و خشکی در هر یک از هفته های سال با استفاده از فرمول امید ریاضی دوره بازگشت (1/p) به غیر از مرحله احتمال پایایی صرف نظر شده است. اما در ایستگاه تبریز احتمال دوره بازگشت خشکی ۳ روزه بیشتر از سایر خشکی های متوالی تعیین شده می‌باشد به طوری که در فصول تابستان و پاییز به حدود ۱۰۰ درصد رسیده است و همچنین روزهای خشکی متوالی ۷ روزه احتمال کمتری در ایستگاه تبریز دارد.

کمترین احتمالات خشکی ۷ روزه در فصل بهار و کوچک ترین آن در هفته های ۱و۶ که احتمال وقوع و تداوم خشکی های ۷ روزه نزدیک به صفر است. (شکل۵)، احتمال تداوم خشکی ها ۳، ۴، ۵، ۶ و۷ روزه را برای ۵۲ هفته سال نشان می دهد. نکته قابل توجه در این نمودارافزایش احتمال تداوم خشکی های چند روزه در هفته های ۴۱ تا ۴۶ سال می باشد .



شکل ۷- درصد توالی روزهای خشکی درایستگاه تبریز طی دوره آماری(۱۹۵۱-۲۰۱۰)

نتیجه گیری

به طور کلی نتایج این مطالعه عبارتند از:

بررسی ماتریس تغییر وضعیت نشان می دهد که **طی دوره آماری(۱۹۵۱-۲۰۱۰)**، از مجموع ۲۱۹۶۰ روز آمار مورد بررسی، ۱۴۶۴۹ روز تغییر وضعیت از حالت روز خشک به روز خشک بعد و ۲۵۱۹ روز تغییر وضعیت روز بارانی است که بعد از روز خشک اتفاق افتاده است. هم چنین ماتریس تبدیل وضعیت از روز بارانی به روز خشک۲۵۲۰ روز و بارانی به بارانی ۲۲۷۲ روز می باشد.

نتایج حاصل از آزمون X2 نشان می دهد که داده ها مستقل نیستند و اطمینان کافی برای پذیرش تبعیت داده های بارش روزانه ایستگاه تبریز از مدل مرتبه اول مارکوف وجود دارد.

نتایج آزمون روند به روش همبستگی اسپیرمن در سطح اطمینان ۹۵٪ نشان دهنده آن بود که داده ها فاقد روند بوده وایستایی زنجیره مورد تایید می باشد.

بررسی ماتریس احتمال تغییر وضعیت نشان داد که احتمال انتقال روز خشک در تبریز به روز خشک بعدی برابر ۰/۸۵، روز خشک به حالت بارانی ۰/۱۵ ، از روز بارانی به خشک و روز بارانی به بارانی به ترتیب برابر ۰/۵۳ و۰/۴۷ می باشد.

محاسبه احتمال پایا برای تداوم خشکی ها نشان داد که ۱۳۴٪ احتمال دارد خشکی ۳ روزه در شهر تبریز اتفاق بیافتد و یا به عبارتی هر ۷/۴۶ روز یک بار خشکی ۳ روزه

در شهر تبریز اتفاق می‌افتد و این احتمال برای تداوم خشکی های ۴ روزه ۰/۱۰۳ ، ۵ روزه ۰/۰۸۱ ، ۶ روزه ۰/۰۶۳ و ۷ روزه ۰/۰۴۹ می باشد.

نتایج حاصل محاسبه ماتریس تغییر وضعیت برای روزهای مختلف سال در قالب هفته ای نشان می دهد که در مجموع ۱۷۱۶۸ روز، روز خشک و۴۷۹۲ روز بارندگی وجود داشته است. به عنوان نمونه طی ۱۱۹ روز آمار موجود از اولین هفته فروردین در این دوره ۶۰ ساله ۱۹۱ روز، روزهای خشکی است که بعد از روز خشک رخ داده است.

بررسی احتمال تغییر حالت بارش نشان می دهد که از هفته اول تا هفته ۱۲ احتمال وقوع بارش به طور متوسط ٪۳۵ است، اما از هفته ۱۳ تا ۳۰ این احتمال به صفر نیز می رسد و مجددا" از هفته ۳۱ احتمال بارش افزایش می یابد. اما بالاترین احتمال بارش در هفته هفتم با ۴۶ در صد می باشد. و در مجموع احتمال رخ داد بارش در فصل بهار بیشتر از سایر فصول است ودر فصل زمستان این احتمال به دلیل نفوذ توده های هوای سرد و پایدار از سیبری و اروپا شمالی از فصل پاییز نیز کمتر است.

نتایج حاصل از مدل نهایی برازش یافته نشان داد که احتمال تغییر حالت توالی روز بارانی به روز بارانی دیگر دارای درصد بیشتری نسبت به تغییر حالت از روز بارانی به خشک می باشد و این حالت که در هفته های منتهی به فصول بهار و پاییز قرار دارد، بیشتر از سایر هفته ها مشاهده می شود.

منابع

1. Ashghar Tusi, Shadi, Alizadeh, Amin and Soheila Javanmard, "Prognosis of drought occurrence in Khorasan province, Journal of Geographical Survey, 2003, No. 1370, pp. 119.
2. Hejazi Zadeh, Zahra, Shirkhani, Alireza, "Statistical analysis of drought and short term dry periods in Khorasan province", Geographical research, 2005, No. 52, pp. 13-31.
3. Haghighat Joo, Parviz, Shamommadi, Haydar, "Application of the Markov chain in the investigation of the Drought and Wet Year of the Sistan region with respect to the Harmand River," Conference on Measuring the Water Crisis, Zabol, 2002.
4. Rezaei, Tayeb, Shokouhi, Alireza and Bahram Saghafian, "Forecast of intensity, continuity and frequency of rise using the probabilistic method and time series", Desert 2003, No. 2, pp. 24-35.
5. Rasiee Tayeb, Arasteh Daneshkar, Paeman and Rohangis Aktari and Bahram Saghafian, "Climate drought Study of Sistan and Baluchestan Province Using the SPI Profile and Markov Chain Model", Iran Water Resources Research, 2007, No. 1, pp. 25-35.
6. Soltani, Saeed, Modares, Rera., " Frequency and severity of meteorological drought in Isfahan province", Natural Resources of Iran, 2006, No. 1, pp. 15.
7. Taleshi, Abdollah, "Modeling Iran Annual Rainfall Using the Markov Chain Method", Master's Thesis, Tabriz University, 2005.
8. Asakereh Hossein, "Investigating the probability of continuity and rainy days in Tabriz city using Markov chain model, Iran Water Resources Research, 2008, No. 2, pp. 46-56.
9. Mahdavi, M. Taher Khani, M.(2004) "Application of Statistics in Geography", Gomes Publication Page 420.
10. Jalali, Masoud; Kargar, Halimeh; Soltani Soghari; "Investigating the probability of occurrence of rainy days in Urumieh city using the Markov chain model", Journal of Geographical Space, Ahar, 2011, No. 35, pp. 235-257.
11. Mohammadi, Hossein, Mahtuchi, Mohammad Hassan, Khazaee, Mehdi, Abasi, Ismail; "Analysis of the probability of continuity and rainy days in Shiraz city using the Markov chain model", Sepehr Scientific Journal, 2015, No. 93, pp. 77-90.
12. Asakereh, H. (2008), "Investigating the probability of continuity and rainy days in Tabriz city using Markov chain model", Iran Water Resources.
13. Allasseur. C, Hussan. L,(2004) Simulation of rain Event time Series Markov, vol 4, p 201.
14. Anagnostopoulou. Chr, Maheras. P, Karakostas. T, Vafadis. M(2003) Spatial and

temporal Analysis of Dry Spell in Greece, p 1.

15. Bekele, endalkachew(2002) Markov chain modeling and enso influences od the rainfall seasons of Ethiopia, National Meteorological Servises of Ethiopia, p 25.
16. Elfeki, A. and G. Uffrink,(1996)Stochastic simulation of heterogeneous geological formations using soft info. Groundwater Quality, Remediation and Protection - Proceeding of an International Conference, Prague, Czech Republic 15-18 May.
17. El-Seed,A.M.G;(1987),An Application of Markov Chain Model for Wet and Dry Spell Probabilities at Juba in Southern Sudan,Geojournal,15.4,420-424.
18. Horvath. L, Bito. J, (2007) Rain Attenuation time series Synthesis With Combined Markov Models for Microwave Terrestrial links, International Journal of mobils Network design and innovation, val 2, p 216.
19. Vide, J, Gomez, L(1999) Regionalization of peninsular Spain based on the length of dry spell. International Journal of climatology val 19, p 567-555.
20. Wilks, D.S (2006), Statistical Methods in the Atmospheric Sciences, Department of Earth and Atmospheric Sciences Cornell University, Second Edition.
21. Yousefi, Nosratollah, Haegam, Sohrab and Parviz Irannezhad, "Estimation of Drought and Wet Year Probabilities Using Markov Chain and Normal Distribution", Geographical Research, 2007, No. 60, Pages 121-128.
22. Mimikou, M. 1983. Forecasting daily precipitation occurrence with Markov chain of seasonal order. International Symposium on Hydrometeology, June 13-17, 1982, Denver, Colorado. American Water Resources Association. p: 219-224.