نشریه پژوهش‌های اقلیم شناسی
سال سیزدهم| شماره چهل و نهم| بهار ۱۴۰۱
وصول:۱۶ /۱۳۹۸/۰۴ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۲۴
صص ۱۰۳-۱۱۴

تخمین حداکثر بارش محتمل (PMP)با رویکرد پیش بینی سیل در حوضه آبریز دریاچه ارومیه

اصلاحی، مهدی [۱۱]، پوراصغر، فرناز*[۲]، ناصر منصوری درخشان [۳]، یونس اکبرزاده [٤]
۱-اصلاحی، مهدی ، دکتری تخصصی، گروه تحقیقات اداره کل هواشناسی استان آذربایجان شرقی
۲- پوراصغر، فرناز، دکتری تخصصی، تبریز، اداره کل هواشناسی، گروه تحقیقات.
۳- ناصر منصوری درخشان، تبریز، اداره کل هواشناسی، گروه پیش بینی
٤- یونس اکبرزاده، تبریز، اداره کل هواشناسی، گروه تحقیقات

چکیده

یکی از کاربردهای مهم برآورد حداکثر بارش محتمل، برآورد و پیش بینی سیل است. هدف این تحقیق برآورد حداکثر بارش محتمل در حوضه آبریز دریاچه ارومیه و تعیین نقاط سیل خیز می باشد. در این مطالعه از داده های دمای نقطه شبنم و حداکثر بارش روزانه ی ۱۶ ایستگاه همدیدی و کلیماتولوژی با دوره ی آماری ۱۵ تا ۶۰ سال استفاده شده است. دو روش آماری هرشفیلد و حداکثر احتمال و همچنین روش همدیدی برآورد رگباری برای برآورد حداکثر بارش محتمل بکار گرفته شد. نتایج نشان داد که با وجود همخوانی سه روش به لحاظ مکانی، مقادیر برآورد در سه روش تا حدودی متفاوت بوده است بطوریکه روش آماری حداکثر احتمال با مقدار ۱۳۴ میلیمتر، مقادیر بالاتری از برآورد را نسبت به روش آماری هرشفیلد با ۸۵ میلیمتر و روش همدیدی با ۱۱۸/۸ میلیمتر ارائه داده است. نقشه های پهنه بندی حاصل از روش های آماری و مقادیر بدست آمده برای هر ایستگاه در روش همدیدی نشان می دهد که جنوب و جنوب غرب حوضه دارای بالاترین حداکثر بارش محتمل و کمترین آن مربوط به شرق حوضه دریاچه بوده است. البته برای مشخص کردن مناطق سیل خیز نیاز به بررسی ناهموای ها و اقلیم هر منطقه نیز هست.

کلید واژه‌ها: حداکثر بارش محتمل، ضریب بیشینه سازی، فاکتور فراوانی، حداکثر احتمال، حوضه دریاچه ارومیه.

-[1] eslahi5073@gmail.com
۰۴۱۳۳۳۳۹۳۱۸

مقدمه

سیل از جمله پدیده‌هایی است که هر ساله خسارات فراوانی را به بار می آورد و همواره مورد توجه کارشناسان آب شناسی بوده است. طبق گزارش های هیئت بین الدول تغییراقلیم (IPCC[1]) دمای جو زمین در قرن آینده افزایش خواهد یافت و یکی از اثرات مهم این تغییراقلیم افزایش رخدادهای حدی اقلیمی از قبیل خشکسالی و سیل است.

شدت بارش دارای یک حد منطقی است که به حداکثر بارش محتمل(PMP[2]) معروف است (Greger, 1967). حداکثر بارش محتمل بیشترین بارندگی است که در یک مدت مشخص در یک منطقه با توجه به شرایط اقلیمی و توپوگرافی رخ داده و بارشی بزرگتر از آن نخواهد بارید. باید توجه داشت که حداکثر بارش محتمل برای یک ناحیه در مواقع گوناگون سال و در سطوح مختلف حوضه آبریز و مدت بارش متفاوت بوده و با گذشت زمان و با اطلاعات جدید مقدار آن تغییر می یابد (Daryabari et al., 2012). مقدار حداکثر بارش محتمل در طراحی سازه های هیدرولیکی، پل ها و غیره بکار می رود. لذا برآورد دقیق آن بسیار با اهمیت است. در سالهای اخیر، تحقیق در مورد این موضوع برای حوضه های آبریز مختلف انجام گردیده است (برای مثال: Walega & Michalec, 2014، Micovic et al., 2015، Chavan & Srinivas, 2015، Klein et al., 2016 و Sen et al.,2017).

Casas et al.(2010) حداکثر بارش محتمل را در بارسلونا برای مدت ۵ دقیقه تا ۳ ساعت برای سالهای ۱۹۲۷ تا ۲۰۰۷ محاسبه نمودند. در این تحلیل از دو روش بیشینه سازی طوفانهای واقعی و روش آماری هرشفیلد استفاده کرده و نتایج هر دو را با هم مقایسه کردند. نتایج بررسی نشان داد که مقادیر حداکثر بارش محتمل بدست آمده از دو روش با هم شباهت داشته و روند رو به رشدی را نشان می دهند که افزایش برای مدت زمان ۲-۹ ساعت معنی دار و برای ۱۲ ساعت به بالا معنی دار نیست. Sherif et al. (2014) در مطالعه خود مشخصات زمانی و مکانی بارش امارات متحده غربی را بررسی کردند. بر اساس توزیع بارش، منطقه مورد مطالعه به چهار قسمت پهنه بندی گردید. الگوهای بارش، رخداد بارش محتمل، شدت- مدت و فراوانی، حداکثر بارش محتمل و سناریوهای خشکسالی مورد بررسی قرار گرفت. با استفاده از داده‌های بارش شبکه ایستگاهها و روش‌های آماری گامبل، لوگ پیرسون، لوگ نرمال و توزیع احتمالاتی وایبل و واکبی به مطالعه الگوهای بارشی در منطقه پرداختند. از میان روش‌های مورد مطالعه دو روش گامبل و وایبل نتایج مناسبی را ارائه نمودند. Ben alaya et al. (2018) برای برآورد دقیق تر و تفسیر حداکثر بارش محتمل، عدم قطعیت هایی را با استفاده از تحلیل توزیع مقادیر حدی دو متغیره برای حداکثر بارش محتمل تعریف نمودند. نتایج نشان داد که برآورد به روش جدید ۱۵ درصد بیشتر از برآوردهای قبلی حداکثر بارش محتمل برای منطقه ی مورد مطالعه (شمال امریکا) بوده است.

در ایران نیز مطالعات زیادی در زمینه حداکثر بارش محتمل انجام گرفته است است (Artidar, 1998؛ Rezaei Azizi & Hanafi, ؛pejandeh & Ghahreman, 2006 2010؛ Daryabari et al., 2012؛ Gorji et al., 2017).

Abbasi & Ghaemi(2013) حداکثر بارش محتمل را به روش همدیدی در حوضه آبریز رودخانه کرج برآورد نمودند. در این تحقیق که از ۵ ایستگاه حوضه رودخانه سد کرج استفاده شد، پس از تحلیل و پردازش داده های سرعت باد، دمای نقطه شبنم و ضریب تعدیل رطوبت تحت شرایط منطقه ی کوهستان محاسبه و در نهایت مقادیر حداکثر بارش محتمل ۲۴ و ۴۸ ساعته به ترتیب ۱۴۰/۵۶ و ۲۵۴/۵۸ میلیمتر بدست آمد. Nouri qidari & Talouri(2015) دو روش اصلی برآورد حداکثر بارش محتمل، روش همدیدی و روش آماری را برای حوضه آبریز سد بختیاری محاسبه و مقایسه کردند. در این تحقیق حداکثر بارش محتمل در تداوم های ۱ تا ۷ روز با دو روش محاسبه شد. نتایج نشان داد که فاکتور فراوانی مناسب در روش آماری برای این حوضه حدود ۶/۱ است که در این صورت نتایج آن تقریباً مشابه روش همدیدی می باشد. Bakhtiari et al. (2016) حداکثر بارش ۲۴ ساعته را با استفاده از اطلاعات ۱۲ تا ۵۳ ساله شش ایستگاه باران سنجی و یک ایستگاه همدیدی واقع در حوضه آبریز قره سو در استان گلستان مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش از دو روش آماری هرشفیلد (در دو نگرش استاندارد و تجدید نظر شده) استفاده شد. نتایج نشان داد که مطابق نگرش اول، عامل فراوانی

[1] Intergovernmental Panel on Climate Change

[2] Probable Maximum Precipitation

و حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته به ترتیب در محدوده ۱۸-۱٦/۹۸ و ۳۳۵/۰۷-۵۲٤/۹۳ میلیمتر و در نگرش دوم در محدوده ۵/۲٦-۲/۳٦ و ۲۰۸/۳-۱۱۸/۲۲ میلیمتر برآورد گردید. نتایج نشان داد که نگرش دوم هرشفیلد در مقایسه با نگرش اول آن در محدوده مورد مطالعه در حوضه قره سو، پایدارتر است. Bahrami et al. (2018) بیشینه بارش محتمل در حوضه آبریز قمرود را به روش همدیدی مطالعه و مقدار بارش محتمل در تداوم های ۲٤، ٤۸ و ۷۲ ساعت برآورد کردند. نتایج تحقیق نشان داد که بیشینه بارش محتمل ۲٤ ساعته با محاسبه نقطه شبنم با دوره بازگشت ۵۰ و ۱۰۰ سال به ترتیب مقادیر ۵۱/۷۵ و ۵٤ ملیمتر، ٤۸ ساعته ۱۲۸/۲۵ و ۱۳۲/۰۵ میلیمتر و ۷۲ ساعته ۷۹/۹ و ۱۰۱/۷۵میلیمتر است. Khademi et al. (2018) ضمن برآورد حداکثر بارش محتمل و دوره بازگشت متناظر، واسنجی مدل HEC-HMS به منظور برآورد مشخصه-های حداکثر سیل محتمل در حوضه آبخیز اسکندری از سرشاخه-های زاینده رود را انجام دادند. در این مقاله با استفاده از روش هرشفیلد و برازش توزیع های آماری، مقادیر حداکثر بارش ۲٤ ساعته در دوره بازگشت های مختلف و همچنین PMP تعیین گردید. نتایج نشان داد که بارش ۲٤۰/٦ میلی متر با دوره بازگشت برابر ۵۹٦۳۷٤ سال می-تواند سیلابی با دبی اوج ۳۰۷۹/۵ مترمکعب بر ثانیه و حجم ۱۷۸/۱ میلیون مترمکعب ایجاد کند.

در روش آماری، حداکثر بارش محتمل عبارت است از حد نهایی بارش، که با توجه به مشخصات اقلیمی منطقه قابل توجیه می‌باشد. این روش اغلب برای دستیابی به یک برآورد سریع و ساده در حوضه‌های کوچک استفاده می شود و زمانی که داده های هواشناسی نظیر دمای نقطه شبنم و سرعت باد در دسترس نیستند اما داده های طولانی مدت بارش موجود است، سودمند می باشد. روش های آماری ارائه شده در این تحقیق شامل دو روش هرشفیلد(WMO,1986) و روش حداکثر احتمال است. مبتکر روش اول هرشفیلد است. نامبرده در سال ۱۹٦۱ روش برآورد PMP ی ۲٤ ساعته نقطه‌ای(PMP24) را به روش آماری ارائه داد. این پژوهشگر ۲٦٤۵ ایستگاه بارانسنجی را انتخاب و بارش ۲٤ ساعته سالانه‌ی آنها را برای تحلیل به کار برد. او دریافت که اگر ۱۵ برابر انحراف معیار داده های مشاهداتی هر ایستگاه را به میانگین آنها اضافه کند، حاصل می تواند برآوردی از PMP24 این ایستگاه باشد. در واقع عدد ۱۵ کران بالایی برای عامل فراوانی است. یک سال بعد دریافت که عامل فراوانی به معدل داده ها و طول دوره ی بارش بستگی دارد، لذا روش خود را اصلاح کرد و یک عامل فراوانی (km) را که تابعی از معدل داده هاست به جای ضریب ۱۵ در نظر گرفت. سازمان هواشناسی جهانی (WMO) در سال ۱۹۸٦ روش اصلاح شده هرشفیلد را تأیید و به صورت دستورالعملی منتشر کرد (WMO, 1986).

با توجه به شرایط آب و هوایی حاکم در حوضه آبریز دریاچه ارومیه و کوهستانی بودن آن و همچنین وقوع تغییرات محسوس مقادیر بارش و دما در این حوضه در سال‌های اخیر، ضرورت ایجاد سیستم های پیش بینی و کنترل سیل را پیش از پیش مطرح کرده است. لذا هدف از انجام این تحقیق محاسبه بیشینه بارش محتمل به تفکیک نواحی و به تبع آن سیلاب‌های بیشینه سالانه و تعیین نقاط سیل خیز حوضه می باشد. لذا مقادیر حداکثر بارش محتمل برای هر ایستگاه به روش آماری و همدیدی محاسبه و پهنه بندی مقادیر مربوطه روی سطح حوضه آبریز دریاچه ارومیه تولید و در نهایت نقاط سیل خیز با ریسک بالا مشخص شد.

مواد و روشها

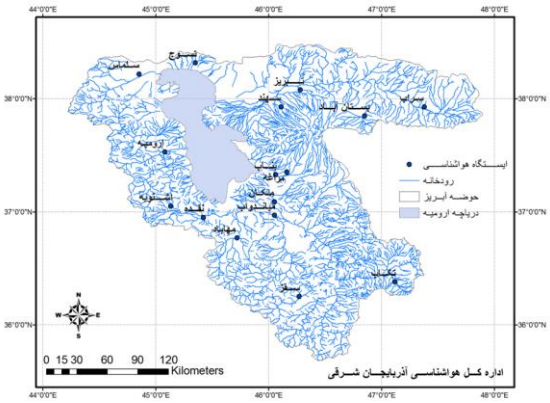
منطقه مورد مطالعه

حوضهٔ آبریز دریاچهٔ ارومیه بین مختصات جغرافیائی ′۰۷ °٤٤ تا ′۵۳ °٤۷ طول شرقی و ′٤۰ °۳۵ تا ′۳۰ °۳۸ عرض شمالی، در شمال غرب ایران قرار گرفته است و با بخش شمالی کوه های زاگرس و دامنهٔ جنوبی کوه سبلان و نیز دامنه های شمالی، غربی و جنوبی کوه سهند احاطه شده است. مساحت این حوضه ۵۱۷۸٦ کیلومترمربع است که حدود ٦٤/٦ درصد آن را مناطق کوهستانی و ۲٤/۳ آن را دشت ها و کوهپایه ها و ۱۱/۱ درصد بقیه را دریاچهٔ ارومیه تشکیل می دهد (شکل ۱). میانگین بلند مدت بارش حوضه دریاچه ارومیه ۳۱۲ میلیمتر استو از آنجائیکه قسمت عمده حوضه دریاچه ارومیه را مناطق کوهستانی تشکیل داده است، میانگین دمای هوا در آن نسبت به سایر نقاط ایران پایین تر است.

داده‌ها

در این تحقیق منطقه مورد مطالعه حوضه آبریز دریاچه ارومیه می باشد. برای بررسی حداکثر بارش محتمل در حوضه آبریز دریاچه ارومیه ایستگاه‌های همدیدی با طول دوره‌ی آماری ۱۵

تا ٦٠ سال استفاده گردید. حوضه آبریز دریاچه ارومیه سه استان آذربایجان شرقی، غربی و کردستان را پوشش می‌دهد. از داده‌های ایستگاه‌های همدیدی سه استان در حوضه استفاده شد. برای محاسبه‌ی PMP همدیدی و آماری داده‌های دمای نقطه شبنم، بارش، رطوبت، سمت و سرعت باد به صورت سه ساعته جمع آوری و مورد تحلیل قرار خواهد گرفت. جدول (۱) نام و مشخصات جغرافیایی ایستگاه‌های مورد مطالعه آورده شده است.



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی حوضه آبریز دریاچه ارومیه در شمال غرب ایران

جدول ۱- مشخصات ایستگاه‌های سینوپتیک حوضه آبریز دریاچه ارومیه

ردیف	نام ایستگاه	طول جغرافیایی	عرض	ارتفاع	دوره آماری	استان
۱	تبریز	٤٦ ١٧	٣٨ ٠٥	١٣٦٤	١٣٩٥ -١٣٣٠	آذربایجان شرقی
۲	سراب	٤٧ ٢٣	٣٧ ٥٦	١٦٨٢	١٣٩٥ – ١٣٦٥	آذربایجان شرقی
۳	مراغه	٤٦ ١٠	٣٧ ١	١٣٤٤	١٣٩٥ – ١٣٦٢	آذربایجان شرقی
٤	بناب	٤٦ ٠٤	٣٧ ٢٠	١٢٩٠	١٣٩٥ – ١٣٧٩	آذربایجان شرقی
٥	سهند	٤٦ ٠٧	٣٧ ٥٦	١٦٤١	١٣٩٥ – ١٣٧٥	آذربایجان شرقی
٦	ملکان	٤٦ ٠٥	٣٧ ٠٩	١٣٠٨	١٣٨٧ – ١٣٨٢	آذربایجان شرقی
٧	بستان آباد	٤٦ ٥١	٣٧ ٥١	١٧٥٠	١٣٨٧ – ١٣٨٤	آذربایجان شرقی
٨	تسوج	٤٥ ٢١	٣٨ ١٩	١٥٠٠	١٣٩٥- ١٣٧٩	آذربایجان شرقی
٩	ارومیه	٤٥ ٠٥	٣٧ ٣٢	١٣١٦	١٣٩٥ -١٣٣٠	آذربایجان غربی
١٠	مهاباد	٤٥ ٤٣	٣٦ ٤٦	١٣٨٥	١٣٩٥ –١٣٦٣	آذربایجان غربی
١١	میاندوآب	٤٦ ٠٣	٣٦ ٥٨	١٣٠٠	١٣٩٥ – ١٣٧٩	آذربایجان غربی
١٢	تکاب	٤٧ ٠٧	٣٦ ٢٣	١٧٦٥	١٣٩٥ – ١٣٦٤	آذربایجان غربی
١٣	سلماس	٤٤ ٥١	٣٨ ١٣	١٣٣٧	١٣٩٥ – ١٣٧٩	آذربایجان غربی
١٤	نقده	٤٥ ٢٥	٣٦ ٥٧	١٣٣٨	١٣٩٥ – ١٣٧٩	آذربایجان غربی
١٥	اشنویه	٤٥ ٠٨	٣٧ ٠٣	١٤١٦	١٣٩٥–١٣٨٥	آذربایجان غربی
١٦	سقز	٤٦ ١٦	٣٦ ١٥	١٥٢٣	١٣٩٥ – ١٣٤٢	کردستان

روش های محاسبه PMP

در این تحقیق از دو روش کلی آماری و همدیدی(برآورد رگبار) جهت محاسبه PMP استفاده گردید. روش همدیدی مبتنی بر انتقال و حداکثرسازی رگبارهای بیشینه ثبت شده است. در این روش از اطلاعات هواشناسی سطوح فوقانی جو مانند رطوبت نسبی، دما، طوفان‌های رخ داده، باد، نقطه شبنم و غیره استفاده شده است.

در محاسبه‌ی PMP به روش همدیدی، رگبارهای شدید رخ داده بیشینه می شود و در نهایت حداکثر آنها به عنوان PMP در نظر گرفته می شود. بر اساس توصیه‌های سازمان هواشناسی جهانی (WMO, 1986)، رگبار بیشنه شده از رابطه زیر بدست می آید:

$$P_m = P\frac{W_m}{W} \qquad (۱)$$

که در آن به ترتیب P عمق رگبار مشاهده شده، P_m عمق رگبار بیشینه شده، W آب قابل بارش متناسب با دمای نقطه‌ی شبنم در طول بارش و W_m آب قابل بارش مربوط به حداکثر دمای نقطه شبنم در زمان وقوع بارش در دوره بازگشت ۱۰۰ ساله می باشد.

برای محاسبه ضریب بیشینه سازی ($\frac{W_m}{W}$) یک توفان بحرانی، ابتدا حداکثر دمای نقطه شبنم در دوره بازگشت ۱۰۰ ساله در زمان وقوع آن توفان برای تک تک ایستگاه های همدیدی فوق محاسبه می شود و با استفاده از دیاگرام Skew-T-LOG-P (WMO, 1986)مقدار آنها در سطح ۱۰۰۰میلی بار به دست می آید. سپس به کمک جداول پیشنهادی سازمان هواشناسی جهانی (WMO, 1986) حداکثر آب قابل بارش متناظر با حداکثر دمای نقطه شبنم با دوره ی بازگشت ۱۰۰ سال در سطح ۱۰۰۰ میلی بار برای ایستگاه های همدیدی منطقه مورد مطالعه استخراج می شود و از نسبت آنها به آب قابل بارش در زمان وقوع بارش، ضرایب بیشینه سازی در هر ایستگاه به دست می آید. متوسط ضرایب بیشینه سازی توفان در ایستگاه ها به عنوان ضریب بیشینه سازی در نظر گرفته می شود.

بنابراین برای محاسبه PMP همدیدی در تداوم معین در سطح حوضه‌ی مورد مطالعه مراحل زیر انجام می شود:

۱. توفان های بحرانی (شدید) انتخاب شدند
۲. متوسط توفان های بحرانی در تداوم مورد نظر در سطح حوضه برآورد گردید..
۳. ضرایب بیشینه سازی به روش ذکر شده برای همه‌ی توفان های بحرانی محاسبه شد.
۴. با استفاده از رابطه (۱) متوسط توفان‌های بحرانی که در بند ۲ محاسبه شد با اعمال ضرایب بیشینه سازی محاسبه شده در بند ۳، بیشینه. گردید.
۵. از بین توفان های بیشینه شده حداکثر آنها به عنوان PMP همدیدی در نظر گرفته.شد.

در روش آماری هرشفیلد برای محاسبه‌ی PMP در تداوم معین از رابطه زیر استفاده گردید(Hershfield, 1961, 1965).

$$PMP = \bar{X}_n + K_m SD_n \qquad (۲)$$

که در آن $\bar{X}_n$ و SD_n به ترتیب میانگین و انحراف معیار حداکثر بارش سالانه با تداوم معین می باشد که نسبت به حداکثر بارش ثبت شده اصلاح می گردند و K_m فاکتور فراوانی است که بین ۵ تا ۳۰ می باشد و از گراف های سازمان جهانی هواشناسی (WMO, 1986) استخراج می شود. براساس مطالعات بعدی، مقدار فاکتور فراوانی برابر حداکثر مقدار K در ایستگاه‌های منطقه در نظر گرفته می شود که در آن مقدار K در هر ایستگاه در تداوم مورد نظر از رابطه‌ی زیر محاسبه گردید(Desa et al., 2001و Desa & Rakhecha, 2007).

$$K = \frac{(X_1 - \bar{X}_{n-1})}{\sigma_{n-1}} \qquad (۳)$$

که در آن X_1 حداکثر بارش مشاهده شده در تداوم معین در ایستگاه مورد نظر و $\bar{X}_{n-1}$ و σ_{n-1} به ترتیب میانگین و انحراف معیار داده های حداکثر بارش سالانه در تداوم معین می باشد که در محاسبه‌ی آنها X_1 که داده‌ی حداکثر می باشد، حذف شده است. در این تحقیق پارامتر K برای تک تک ایستگاههای منطقه مورد مطالعه در تداوم های حداکثر یک روزه محاسبه شد. برای بدست آوردن برآورد حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته به روش آماری ابتدا داده های حداکثر بارش ۲٤ ساعته ایستگاههای هواشناسی حوضه آبریز دریاچه ارومیه را جمع آوری و پردازش نموده و برای هر ایستگاه در قالب جداول ماهانه میلادی در طول دوره‌ی آماری‌شان دسته بندی می‌شوند. با استفاده از رابطه‌ی ۲ و ۳ مقدار ضریب K و مقدار PMP برای هر ایستگاه بدست می آید.

در روش آماری دوم که یک روش پیشنهادی است، طبق تعریف، حداکثر بارش محتمل با حداکثر کردن یا بیشینه‌سازی مقادیر حداکثر بارش ۲٤ ساعته هر ایستگاه به دست می‌آید. در این روش با استفاده از قوانین توزیع‌های احتمال است توزیع احتمالی مقادیر حداکثر بارش ۲٤ ساعته ایستگاه برازش می شود و بهترین توزیع احتمال مناسب برای این داده‌ها تعیین می‌شود (باتاچاریا و جانسون، ۱۹۷۷). برای این‌کار از نرم افزار EasyFit برای برازش ٦۰ نوع توزیع آماری استفاده شده است. برای داده های حداکثر بارش ۲٤ ساعته هر ایستگاه این توزیع‌ها برازش شده و بر اساس آزمون‌های نیکویی برازش بهترین توزیع احتمال برای داده‌های هر ایستگاه تعیین می‌شود. بنابراین با توجه به توزیع آماری بدست آمده برای هر ایستگاه مقادیری که دارای حداکثر احتمال تجمعی است به عنوان مقدار PMP در دوره ی ۲٤ ساعته در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر مقداری از داده ها که احتمال تجمعی آن نزدیک یک باشد. اگر X متغیر حداکثر بارش ۲٤ ساعته ایستگاه در یک سال باشد. مقدار PMP برای دوره ی ۲٤ ساعته به صورت زیر بدست آمد:

$$PMP = \lim_{p \to 1} F_x^{-1}(p) \qquad (٤)$$

که در آن F تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی X است و p احتمال تابع توزیع تجمعی به ازای مقدار x است. از آنجا که در رابطه‌ی بالا مقدار حد نامعین است، برای رسیدن به یک مقدار مشخص از حداکثر بارش محتمل مقدار p در اینجا مقدار ۰/۹۹۹ که نزدیک یک است انتخاب شده است. بنابراین مقدار حداکثر بارش محتمل مقداری از x در نظر گرفته شد که احتمال تجمعی آن ۰/۹۹۹ باشد ($PMP = F_x^{-1}(0.999)$). در این روش آماری برای تعیین حداکثر بارش محتمل به روش حداکثر احتمال، مناسب ترین توزیع احتمال را برای داده های حداکثر بارش ۲٤ ساعته هر ایستگاه از طریق نرم افزار ایزی فیت برازش داده و خروجی این برنامه که نمودارهای توزیع احتمال است، برای هر ایستگاه ارائه می شود.

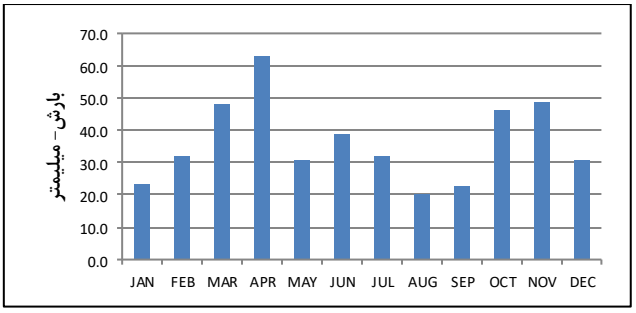
نتایج و بحث

در این تحقیق حداکثر بارش محتمل در دوره ی زمانی ۲٤ ساعته در حوضه آبریز دریاچه ارومیه با سه روش همدیدی و آماری (دو روش آماری) مورد بررسی قرار گرفت. پس از برآورد حداکثر بارش محتمل برای هر ایستگاه در حوضه آبریز، نقشه ای از پهنه بندی مقادیر PMP ایستگاه‌ها تولید شده تا مناطق سیل خیز حوضه شناسایی شود.

برآورد حداکثر بارش محتمل ایستگاه‌های حوضه به روش آماری

نمونه‌ای از رژیم حداکثر بارش ۲٤ ساعته به صورت ماهانه ایستگاه تبریز در نمودار ستونی شکل(۲) آورده شده است. همانطور که از نمودار ۲ مشاهده می‌شود بیشترین بارندگی ۲٤ ساعته در ماه آوریل در سال ۱۹۸۱ رخ داده است. طبق رابطه‌ی۳ مقدار فاکتور فراوانی k برای ایستگاه تبریز ٤/۹ محاسبه شده و مقدار PMP ی ۲٤ ساعته برای این ایستگاه ۷۰/۰ میلیمتر است. در جدول ۲ مقادیر فاکتور فراوانی K و PMP ی ۲٤ ساعته‌ی محاسبه شده‌ی ایستگاههای حوضه‌ی آبریز دریاچه ارومیه به روش Desa et al., 2001 آورده شده است. طبق این جدول مقادیر حداکثر بارش محتمل ایستگاهها از ۳۵ میلیمتر برای سراب تا ۸۹ میلیمتر برای اشنویه تغییر می‌کند.

با توجه به جدول ۲، مقدار حداکثر ضریب k حوضه، مقدار ٤/۹ است بنابراین طبق رابطه ی ۲، و با توجه به میانگین و انحراف معیار داده های حداکثر بارش ۲٤ ساعته ی ایستگاه‌ها، حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته برای کل حوضه آبریز دریاچه ۸۵ میلی‌متر برآورد گردید.



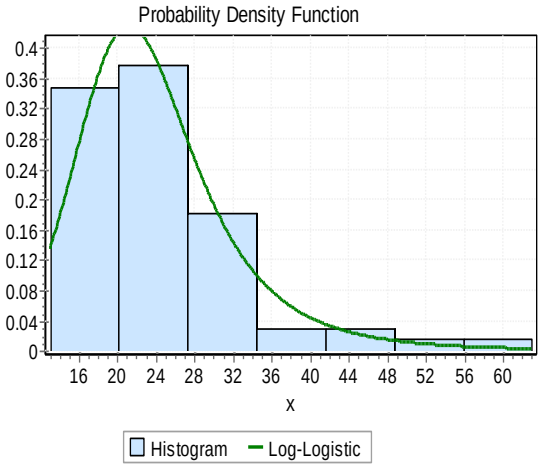
شکل ۲- نمودار حداکثر بارش ۲٤ ساعته‌ی تبریز در ماه‌های مختلف در طول دوره‌ی آماری (۲۰۱٦-۱۹۵۱)

جدول ۲- مقادیر حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته و فاکتور فراوانی K به روش دسا و همکاران

ردیف	ایستگاه	PMP(mm)	K	ردیف	ایستگاه	PMP(mm)	K
۱	تبریز	۷۰	٤/۹	۹	بناب	۸۰	۲/۹
۲	ارومیه	٦۷	۳/٦	۱۰	تسوج	٤۹	۲/۵
۳	مراغه	۷۷	٤/٤	۱۱	سلماس	۵۳	۳/٤
٤	سراب	۳۵	۲/۵	۱۲	نقده	۷۸	۳/۹
۵	سقز	۸۳	۲/۷	۱۳	میاندوآب	٦٤	٤/۳
٦	مهاباد	٦۸	۲/۷	۱٤	بستان اباد	۷۹/٦	٤/۵
۷	تکاب	۵۲	۲/٤	۱۵	اشنویه	۸۹/٤	۳/٤
۸	سهند	٤٦	۳/۷	۱٦	ملکان	۷۲/۲	٤
میانگین						٦٤/٦	۳/۵

شکل۳ نمونه ای از توزیع احتمال داده‌های حداکثر بارش ۲٤ ساعته‌ی ایستگاه تبریز آورده شده است. البته براساس ساختار توزیعی داده‌های هر ایستگاه، توزیع آماری داده‌های ایستگاه‌ها متفاوت خواهد بود.

بررسی نمودارهای توزیع احتمال نشان داده است که در اکثر ایستگاهها توزیع احتمال مقادیر حداکثر بارش ۲٤ ساعته چوله به راست است. به این معنا که مقادیر کمتر دارای فراوانی بیشتری است. هدف این است که با استفاده از توزیع برازش شده (منحنی خطی در نمودار) مقادیر بیشینه متغیر حداکثر بارش بدست آید. به عنوان مثال مقدار PMP طبق رابطه ی(٤) برای داده های حداکثر بارش ۲٤ ساعته‌ی ایستگاه تبریز مطابق با توزیع برازش شده‌ی لگ-لجستیک با احتمال تجمعی ۰/۹۹۹ مقدار ۸٤ میلیمتر است.



شکل ۳- نمودار بافت نگار و تابع چگالی حداکثر بارش ۲٤ ساعته‌ی ایستگاه تبریز

در جدول(۳) مقادیر حداکثر بارش محتمل به روش حداکثر احتمال برای همه ایستگاههای مورد بررسی آورده شده است. همانطور که از جدول مشاهده می‌شود مقادیر حداکثر بارش محتمل از مقدار ٤۵ میلیمتر برای سراب تا ۱۳٤ میلیمتر برای اشنویه تغییر می‌کند. از آنجا که در روش حداکثر احتمال از توزیع های مختلف آماری استفاده می شود، نتایج این روش

برای هر ایستگاه دارای تغییر پذیری بیشتری نسبت به روش آماری قبلی دارد. همین امر حد بالای بارش را بیشتر می کند و مطابق با آن متوسط مقادیر PMP بدست آمده از این روش بیشتر از روش دسا و همکاران است.

جدول ۳- مقادیر حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته به روش حداکثر احتمال

ردیف	ایستگاه	PMP (mm)	بهترین توزیع برازش شده	ردیف	ایستگاه	PMP (mm)	بهترین توزیع برازش شده
۱	تبریز	۸٤	لگ لجستیک	۹	بناب	۷۷	داگیوم
۲	ارومیه	٦۷	ناکاگامی	۱۰	تسوج	۱۰۲	پیرسن نوع ۵ (سه پارامتره)
۳	مراغه	۸۷	لگ گاما	۱۱	سلماس	۱۱۲	فرچت (سه پارامتره)
٤	سراب	٤۵	مقدار حدی تعمیم یافته	۱۲	نقده	۱۱۳	بور
۵	سقز	۱۳۱	بور چهارپارامتره	۱۳	میاندوآب	۱۱۱	بور
٦	مهاباد	۱۱۱	لگ لجستیک (سه پارامتره)	۱٤	بستان اباد	۸۳	SBجانسون
۷	تکاب	۵۰	پارتوی تعمیم یافته	۱۵	اشنویه	۱۳٤	لگ لجستیک (سه پارامتره)
۸	سهند	۵۰	SBجانسون	۱٦	ملکان	۱۰۵	لگ نرمال (سه پارامتره)

بررسی پهنه‌ای حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته در سطح حوضه‌ی آبریز

در این قسمت سعی شده است مقادیر حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته را با وجود مقادیر نقطه‌ای ایستگاهها به صورت پهنه‌ای برآورد نموده تا برآوردی از مقادیر PMP در کلیه‌ی نقاط حوضه‌ی آبریز دریاچه ارومیه در دست باشد. با استفاده از نقشه پهنه‌بندی حداکثر بارش محتمل می‌توان منطقه‌ای از حوضه آبریز که تأثیر زیادی در آبدهی دریاچه ارومیه دارد، مشخص کرد. در این مطالعه پس از بررسی روش‌های مختلف درون‌یابی اعم روش IDW و kriging و انواع آن خروجی نقشه‌ی پهنه بندی حداکثر بارش محتمل حوضه آبریز دریاچه ارومیه به روش Kriging برای دو روش آماری دسا و همکاران و حداکثر احتمال بدست آمد که در اشکال ٤ و ۵ نشان داده شده است.

نقشه‌های پهنه‌بندی حوضه‌ی آبریز برای دو روش آماری با یک مقیاس طبقه‌بندی بارشی یکسان تولید شده است تا بتوان دو روش مزبور را به طور چشمی مقایسه کرد. با یک نگاه به نقشه‌های پهنه‌بندی (شکل‌های ٤ و ۵) حداکثر بارش ۲٤ ساعته برای دو روش مشخص می‌شود که در روش حداکثر احتمال مقادیر حداکثر بارش محتمل بیشتر از روش دسا برآورد شده است. نقشه‌ها در هر دو روش نشان می‌دهد که بیشترین تأثیر بارش محتمل در جنوب‌غرب حوضه در ایستگاههای سقز، اشنویه، مهاباد و نقده می‌باشد و هرچه به طرف مرز پیش می‌رود حداکثر بارش محتمل بیشتر می‌شود. کمترین حداکثر بارش محتمل نیز مربوط به دشت سراب می‌باشد.

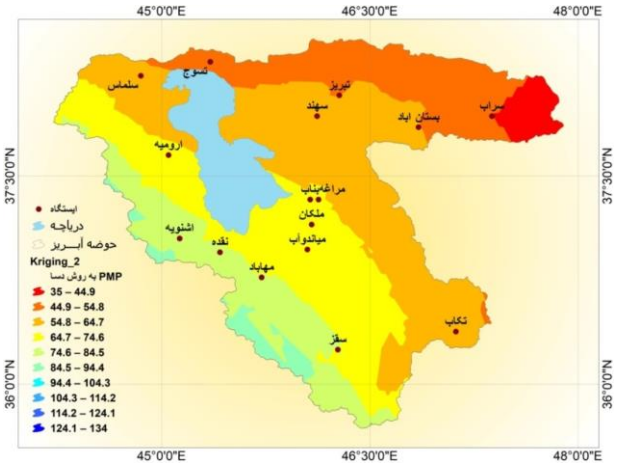
برآورد همدیدی(رگباری) حداکثر بارش محتمل در حوضه آبریز دریاچه ارومیه

در روش همدیدی(برآورد رگباری) برآورد حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته، ابتدا طوفانهای رگباری حوضه‌ی آبریز دریاچه ارومیه شناسایی و بیشینه‌سازی گردید. با بررسی آمار بارش روزانه‌ی ایستگاههای حوضه، تاریخ‌هایی که طوفانهای رگباری به طور سرتاسری منطقه را در بر گرفته است، شناسایی شد که شامل تاریخ‌های۱۹۹۵/٤/۱۱، ۲۰۰٤/۵/۱، ۲۰۰۷/٤/۹، ۲۰۱٤/۱۰/۳ و ۲۰۱٤/۱۰/۲۰ است. جدول ٤ مقادیر بارش ایستگاهها را در تاریخ‌های یادشده نشان می‌دهد. محاسبات لازم برای بدست آوردن بیشنه‌سازی طوفان در تاریخ‌های مربوطه انجام شد. نتایج این محاسبات برای نمونه برای تاریخ

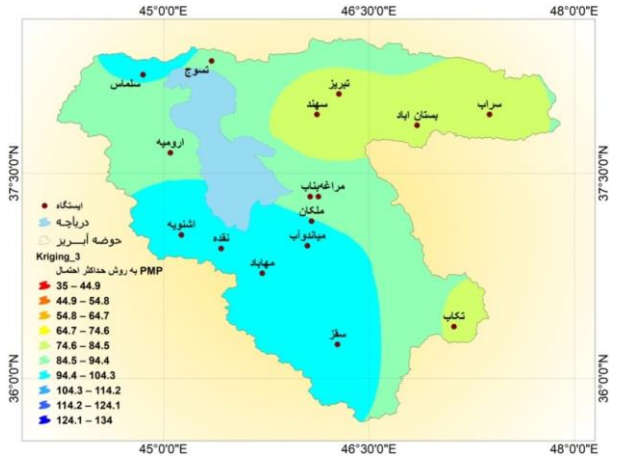
۲۰۱٤/۱۰/۲۰ در جدول ۵ ارائه شده‌است. البته لازم به ذکر است که ضریب بیشینه‌سازی برای ایستگاههایی از حوضه که دارای آمار بلندمدت هستند محاسبه شده است.

جدول ٤ نشان می‌دهد که رخداد بارش در تاریخ ۲۰۱٤/۱۰/۲۰ در سطح حوضه سرتاسری بوده و طبق جدول ضرایب بیشینه‌سازی در این تاریخ (جدول۵) میانگین ضرایب ۱/۸ بوده است. بیشترین میانگین ضرایب بیشینه‌سازی مربوط به تاریخ ۱۹۹۵/٤/۱۱ می باشد که بارش بیشتر در مناطق جنوب غرب حوضه رخ داده است.

برای تعیین حداکثر بارش ۲٤ ساعته طبق رابطه‌ی ۱، مقادیر بارش رخداده در تاریخ مربوطه در ضریب بیشینه سازی همان ایستگاه ضرب می‌شود. حداکثر این مقادیر در کل چهار تاریخ، همان حداکثر بارش محتمل برای ایستگاه مربوطه است. جدول ٦ نتایج مربوط به حداکثر بارش محتمل هر ایستگاه آمده است. با توجه به نتایج بدست آمده بیشترین حداکثر بارش محتمل ۱۱۸/۸ میلیمتر بوده که می‌توان به عنوان حداکثر بارش محتمل سطح حوضه در نظر گرفت.



الف



ب

شکل۵- پهنه‌بندی حداکثر بارش محتمل ٢٤ ساعته در حوضه‌ی آبریز دریاچه ارومیه به روش دسا و همکاران (۲۰۰۱) (الف) و حداکثر احتمال (ب)

جدول ٤- مقادیر رخداد بارش (mm) در روزهای طوفانی منتخب در حوضه آبریز دریاچه ارومیه

نام ایستگاه	تاریخ رخداد طوفان			
	۲۰۱٤/۱۰/۲۰	۲۰۱٤/۱۰/۳	۲۰۰٤/ ٥/ ۱	۱۹۹٥/ ٤/ ۱۱
تبریز	٤٦/٤		۲۷/ ٤	
سهند	٤۱/ ۱		۳۳/٦	
بستان آباد	٤۲/۳			
سراب	۲۱/۳		۳۰/٦	۲۰/٤
مراغه	۳۱/۹	۲٥/٥	۳۷/ ۰	٤٤/ ۱
بناب	٤۰/۰	۲۳/٥	۳٤/۳	۳۷/ ۰
ملکان	۲٥/۸	۲۳/۲		۳۰/٥
ارومیه	٤٤/ ۰	٤۱/۷	٤۰/۹	
مهاباد	۲۹/ ۰		٤۲/ ۰	۲۹/ ۰
سلماس	۳۳/ ٤			
نقده	٥۲/۹	۳۷/۸		
میاندوآب		۲۳/٦		۳۲/ ۰
اشنویه	٦٦/ ۰			
تسوج	۲۸/٦			
سقز	۳۳/٦			۳۰/ ۰

جدول ٥- محاسبات ضریب بیشینه‌سازی طوفان در تاریخ ۲۰۱٤/۱۰/۲۰ در سطح حوضه آبریز دریاچه ارومیه

نام ایستگاه	دمای نقطه شبنم در زمان وقوع بارش(°C)	آب قابل بارش در زمان وقوع بارندگی(mm)	حداکثر دمای نقطه شبنم با دوره‌ی بازگشت ۱۰۰ ساله در زمان وقوع(°C)	آب قابل بارش در زمان وقوع بارندگی با دوره‌ی بازگشت ۱۰۰ ساله در زمان وقوع(mm)	ضریب بیشینه‌سازی
تبریز	۹/۸	۱۰/۰	۲۰/٦	۲۲/۰	۲/۲
سهند	۱٦/٦	۱۹/۰	۲۱/۳	۲٤/۰	۱/۳
سراب	۱٦/٤	۱۷/٥	۲۱/۰	۲٤/٥	۱/٤
مراغه	۱۷/۳	۱۷/۰	۲۳/٤	۲٤/۰	۱/٤
بناب	۱۷/۳	۱٦/۰	۲٥/٥	۲٦/٥	۱/۷
ارومیه	۷/۲	۸/۰	۲۲/۲	۲۱/٥	۲/۷
مهاباد	۱٤/۰	۱٤/۰	۲٤/۷	۲۸/۰	۲/۰
سقز	۱۱/۳	۱۱/٥	۲۰/۹	۲۳/۰	۲/۰
تکاب	۱۹/۱	۲۲/۰	۲۱/٥	۲۷/۰	۱/۲
میانگین					۱/۸

جدول ٦- مقادیر حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته (mm) برای هر ایستگاه از حوضه آبریز دریاچه ارومیه به روش همدیدی

نام ایستگاه	۲۰۱٤/۱۰/۲۰		۱۹۹٥/٤/۱۱		۲۰۱٤/۱۰/۳		۲۰۰٤/٥/۱		حداکثربارش محتمل
	بارش	ضریب	بارش	ضریب	بارش	ضریب	بارش	ضریب	
تبریز	٤٦/٤	۲/۲	۱۱/٤	۱/۷	۱۰/۸	۱/۹	۲۷/٤	۱/۱	۱۰۲/۱
سهند	٤۱/۱	۱/۳	۷/۰	۱/۹	۱۱/۱	۱/۱	۳۳/٦	۱/۰	٥۳/٤
سراب	۲۱/۳	۱/٤	۲۰/٤	۱/٦	۱۱/٦	۱/٤	۳۰/٦	۱/۱	۳۳/۷
مراغه	۳۱/۹	۱/٤	٤٤/۱	۱/۷	۲٥/٥	۱/٦	۳۷/۰	۱/٤	۷٥/۰
بناب	٤۰/۰	۱/۷	۳۷/۰	۲/۱	۲۳/٥	۱/٥	۳٤/۳	۱/٦	۷۷/۷
ارومیه	٤٤/۰	۲/۷	۷/۰	۱/٦	٤۱/۷	۱/٥	٤۰/۹	۱/٥	۱۱۸/۸
مهاباد	۲۹/۰	۲/۰	۲۹/۰	۲/٥	۱٥/۸	۱/٥	٤۲/۰	۱/٦	۷۲/٥
سقز	۳٦/٦	۲/۰	۳۰/۰	۳/۸	۲/۰	۱/۸	۱/٦	۱/٤	۱۱٤

جمع بندی

نتایج حاکی از همخوانی نتایج روش های آماری و همدیدی دارد. طبق نتایج گرفته شده، روش حداکثر احتمال برآورد بالاتری برای حداکثر بارش محتمل ارائه داده است. البته به دلیل استفاده از روش های توزیع های آماری بهینه برای هر ایستگاه، دقت روش حداکثر احتمال بیشتر از روش دسا و همکاران است. به دلیل کمبود آمار دمای ایستگاهها در سطح حوضه، روش همدیدی روش کاملی نبوده و برای رسیدن به برآورد دقیق‌تر باید از ایستگاه‌های بیشتری استفاده کرد.

با توجه به نقشه های پهنه بندی حداکثر بارش محتمل حوضه که از روش های آماری بدست آمده است و جدول نتایج حداکثر بارش محتمل ایستگاهها از روش همدیدی می توان نتیجه گرفت که منطقه شرق حوضه ی دریاچه دارای حداکثر بارش محتمل کمتری نسبت به مناطق دیگر حوضه است. بیشترین مقدار حداکثر بارش محتمل نیز مربوط به جنوب غرب حوضه ی آبریز در مناطق سقز، مهاباد و اشنویه است. البته با توجه به کوهستانی بودن و اقلیم خشک منطقه، احتمال وقوع سیل بیشتر می شود.

باتوجه به نتایج بدست آمده از سه روش محاسبه ی PMP می‌توان نتیجه گرفت که روش آماری دسا با حداکثر بارش محتمل ۸۵ میلیمتر کمترین برآورد و روش حداکثر احتمال با ۱۳٤ میلیمتر بیشترین برآورد را در سطح حوضه داشته است. در این بین روش همدیدی با برآورد حداکثر بارش محتمل ۱۱۸/۸ میلیمتر در حد وسط بوده است.

در مقایسه با پژوهش هایی که در منطقه ی مورد مطالعه انجام گرفت می توان به دو پژوهش اشاره کرد. آرتیدار (۱۳۷۷) در پایان نامه ی خود برآورد حداکثر بارش محتمل را در حوضه ی آجی چای به روش آماری و همدیدی به ترتیب ۱٦٤/٤ و ۱٦۸/۸ میلیمتر برآورد کرد که بیشتر از مقدار برآورد شده این تحقیق است. البته باید ذکر کرد در مطالعه ی مزبور بیشتر از ایستگاه های بارانسنجی استفاده شده است. عزیزی و حنفی (۱۳۸۹) نیز روش همدیدی را برای برآورد حداکثر بارش محتمل در حوضه ی آجی چای بکار بردند که مقدار ۸٤/۵ و ۱۰۳/۹ میلیمتر را برای حداکثر بارش محتمل ۲٤ ساعته به ترتیب برای دوره های تداوم ۵۰ و ۱۰۰ ساله بدست آوردند. نتایج این مقاله نشان می دهد که مقادیر بدست آمده با این تحقیق که برای دوره ی تداوم ۱۰۰ ساله محاسبه شده است(۱۰۲/۱ میلیمتر برای ایستگاه تبریز واقع در حوضه ی آجی چای به روش برآورد رگباری) مطابقت دارد. البته در روش آماری پیشنهادی این تحقیق (روش حداکثر احتمال) مقدار ۸٤ میلیمتر برای ایستگاه تبریز بدست آمد (جدول ۳) که باروش همدیدی تداوم ۵۰ ساله مقاله ی اخیر تطابق دارد. دلیل این امر را می توان ۵۰ ساله بودن دوره ی آماری ایستگاه تبریز دانست.

منابع

1. Abbasi Afsaneh and Ghaemi Houshang (2013), Estimating the maximum probable rainfall in a catchment method in the Karaj River basin, Geography and Planning, 17, No. 43, Spring 2013, p. 168-145. (In Persian)
2. Afzali Gorouh Z, Bakhtiari B, Qaderi K (2018), Probable maximum precipitation estimation in a humid climate, Natural Hazard Earth System, 18,3109-3119.
3. Artidar, Reza (1998), Estimated maximum probable precipitation (PMP) in a coherent and statistical method (Case study: Aji Chay Basin), Thesis of Geosciences Faculty, Kharazmi University of Tehran. (In Persian)
4. Azizi Qasem, Hanafi Ali (2010), Maximum Precipitation Estimation (PMP) in Aji Chay Basin Using An Integrated Method, Arid Studies, First Year, No. 2, 71-55. (In Persian)
5. Ben Alaya M. A., Zwiers F. and Zhang X. (2018), Probable Maximum Precipitation: Its Estimation and Uncertainty Quantification Using Bivariate Extreme Value Analysis,
6. Bhattacharyya, Gouri K and Johnson, Richard (1977), Concepts and Methods of Statistics, Translated by Ibn Shahr Ashhoob, Morteza. And Mikaeli, Fattah., 1988, University Center, Vol. 2. (In Persian)
7. Bakhtiari Bahram, Afzali Zahra and Ghaderi Kourosh (2016), Estimate of maximum probable 24-hour rainfall with two Harshfield attitudes in Ghareh Souz basin in Golestan province, Journal of Water Resources Research, Vol. 12, No. 1, Spring, 1395, p. 67-56. (In Persian)
8. Bahrami Frank, Ranjbar Sa'atat Abadi, Fatahi Ibrahim (2018), Estimate of maximum probable precipitation (PMP) in Ghomroud catchment area by synoptic method, Journal of Applied Geosciences Research, Vol. 18, No. 50, pp. 75-61. (In Persian)

9. Casas M. C; Rodriguez R; Prohom m; Gazquez A; Redano A (2010), Estimation of the probable maximum precipitation in Barcelona (Spain). International Journal of Climatology. Vol. 31, No. 9, 1322-1327.
10. Chavan, S. R., & Srinivas, V. V. (2015), Probable maximum precipitation estimation for catchments in Mahanadi river basin. Aquatic Procedia, 4, 892-899.
11. Daryabari Seyyed Jamaloddin, Mohammadi Hosein, Rezaei Gholam Hossein (2012), Spatial Analysis of Maximum Potential Rainfall in PMP in Iran, Geographical Quarterly, Ninth Year, No. 34, 124-113. (In Persian)
12. Desa, M., Noriah, M.N., Rakhecha, A.B. (2001), Probable maximum precipitation for 24-hr duration over Southeast Asian monsoon region-Selangor, Malaysia, Atmospheric Research, Vol. 58, pp. 41–54.
13. Desa, M., Rakhecha, P.R. (2007), Probable maximum precipitation for 24-h duration over an equatorial region: Part 2-Johor. Malaysia, Atmospheric Research, Vol.84, pp. 84–90.
14. Gerger R (1967), The climate near the ground, Harvard Uni, Press, Cambridge.
15. Gorji Mostafa, Raeini Sajjad Mahmoud, Fazl Oli Ramin (2017), Estimate the maximum possible 24-hour maximum rainfall with the spatial variation approach in the southern area of Kohgiluyeh and Boyer Ahmad, watershed management research journal, Eighth edition, no. 16, 222-213. (In Persian)
16. Hershfield, D.M., (1961), Estimating the probable maximum precipitation, Journal Hydraulics Division, Vol.87, pp.99– 106.
17. Hershfield, D. M. (1965), Method for estimating maximum probable precipitation, J. Am. Water Works Assoc., 57, pp. 965-972.
18. Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC) Report, SR1.5
19. Khademi, Maryam, Soltani gordfaramarzi, Somayeh, Ghasemi, Mohsen (2018), Determining the maximum return period of a possible flood using the HEC-HMS model and statistical methods in Eskandari watershed, Iranian Journal of Watershed Management Science and Engineering. 1397; 12 (40): 129-134. (In Persian)
20. Klein, I. M., Rousseau, A. N., Frigon, A., Freudiger, D., & Gagnon, P. (2016), Evaluation of probable maximum snow accumulation: Development of a methodology for climate change studies. Journal of Hydrology, 537, 74-85.
21. Micovic, Z., Schaefer, M. G., & Taylor, G. H. (2015), Uncertainty analysis for probable maximum precipitation estimates. Journal of Hydrology, 521, 360-373
22. Nouri Qidari Mohammad Hossein, Talouri Abdolrasoul (2015), Estimation of the maximum probable precipitation in the Ariz Basin of Bakhtiari Dam with Statistical Attitudes, Ferdowsi Civil Engineering Journal, Year 2012, No.1, 2015. (In Persian)
23. Rezaei Pejandeh Hojjat, Ghahreman Bijan (2006), Estimate of the maximum probable 24-hour rainfall using multi-station method: A Case Study of North Khorasan, Iran Water Resources Research, 2, 1.63-55. (In Persian)
24. Sen Z, As-Sefry S, Al-Harithy S (2017), Probable maximum precipitation and flood calculations for Jaddah area, Saudi Arabia, Enviromental Earth Sciences, 76:5
25. Sherif M; Almulla M; Shetty A; Chowdhury R. K (2014), Analysis of rainfall, PMP and drought in the United Arab Emirates. International Journal of Climatology. 34:1318-1328.
26. Walega A, Michalec B (2014), Characteristics of extreme heavy precipitaton events occurring in the area of Cracow (Poland). Soil and Water Research. 4:182-19.
27. World Meteorological Organization (1986), Manual for estimation of probable maximum precipitation, Operational Hydrology Report, No. 332,.