

شبیه‌سازی تصادفی بارش روزانه با استفاده از مدل‌های خطی تعمیم یافته در اقلیم نیمه خشک

حنانه باروتی^۱، کاظم اسماعیلی^{۲*}، بیژن قهرمان^۳

۱- دانشجوی دکترای گروه علوم و مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد، ایران

۲- دانشیار، گروه علوم و مهندسی آب، دانشگاه فردوسی مشهد، ایران

۳- استاد گروه علوم و مهندسی آب، دانشگاه فردوسی مشهد، ایران

چکیده:

تغییرپذیری بالای بارش، پراکندگی شبکه باران‌سنجی فعال و نیز کیفیت پایین مقادیر بارش ثبت شده، کاربرد مدل‌های تصادفی زمانی- مکانی بارش در مناطق خشک و نیمه خشک را همواره با چالش روبه‌رو کرده است. در این پژوهش، از مدل خطی تعمیم یافته به منظور تکمیل و توسعه سری زمانی داده‌های ثبت شده بارش روزانه ۱۱ ایستگاه سینوپتیک نسبتاً پراکنده در زیرحوضه رود شور با وسعت ۲۲۰۶۶/۶۷ کیلومتر مربع (که یکی از زیر حوضه‌های دریاچه نمک می‌باشد) در دوره آماری ۱۹۹۱ تا ۲۰۱۰ میلادی استفاده شد، تا بتواند برای مدل‌های هیدرولوژیکی بکار رود. جهت بیان ساختار زمانی- مکانی بارش از مدل توزیع لجستیک برای رخداد بارش و از توزیع گاما برای مدل کردن مقدار بارش استفاده گردید. صحت سنجی زمانی و مکانی در یک دوره زمانی مجزا و نیز استفاده از ایستگاه‌هایی که در برازش مدل وارد نشده بودند، انجام آنگاه تغییرپذیری زمانی- مکانی بارش آزموده شد. اثرات فصلی بر تغییرات زمانی- مکانی بارش، همبستگی بارش روزانه و نیز طول، عرض جغرافیایی و ارتفاع ایستگاه‌های باران‌سنجی شناسایی شدند که از آن مدل توانست به خوبی ویژگی‌های بارش را در منطقه مطالعاتی نشان دهد. در هر دو مدل رخداد و مقادیر، اثرات مکانی از مهمترین پیش‌بینی‌کننده‌های بارش و بعد از آن در بین اثرات زمانی، میانگین بارش در یک روز قبل مهمترین متغیر پیش‌بینی‌کننده بارش در حوضه شناخته شده است. به علاوه محرک‌های بارندگی در مقیاس بزرگ (دما و رطوبت نسبی) تا حدودی باعث بیان بهتر تغییرات در هر سال شده و نیز ارتباط بین متغیرهای بزرگ مقیاس و بارش، زمینه‌ی ریزمقیاس نمایی خروجی‌های مدل‌های جهانی اقلیم را فراهم می‌نماید. در واقع مدل‌های تصادفی با رویکرد توسعه مجموعه داده‌های مشاهداتی در ایستگاه‌های باران‌سنجی و ریزمقیاس نمایی سناریوهای اقلیمی در مقیاس منطقه‌ای و جهانی پایه‌گذاری شده است.

کلید واژه‌ها: بارش، نیمه خشک، الگوهای خطی تعمیم یافته، مدل‌های تصادفی، داده‌های گمشده.

مقدمه

سری زمانی بلند مدت داده‌های بارندگی به عنوان ورودی بسیاری از مدل‌های مورد استفاده در مطالعات منابع آب و مدیریت سیلاب مورد نیاز است. با این وجود کیفیت داده‌های بارش مشاهداتی جهت تعیین تغییرات بارش در مقیاس زمانی و مکانی دلخواه به ندرت رضایت‌بخش می باشد. برای رفع این مشکل، معمولاً برای شبیه‌سازی سری زمانی بارش از مدل‌های تصادفی استفاده می‌شود. شاید گسترده‌ترین مدل‌های بارش روزانه که امروزه مورد استفاده قرار می‌گیرد براساس زنجیره مارکوف باشد. در این مدل‌ها احتمال رخداد بارش در روزی خاص به رخداد یا عدم رخداد بارش در روزهای قبل بستگی داشته و مقدار بارش نیز با توجه به یک تابع توزیع مناسب مدل‌سازی می‌شود. اغلب مدل‌های زنجیره مارکوف، بارش را در یک ایستگاه شبیه سازی می‌کند اما در بسیاری از مطالعات در مقیاس منطقه‌ای عموماً به مدلی نیاز است که ساختار مکانی داده‌ها را در نظر گرفته تا بتواند بارش را به صورت هم‌زمان در چند ایستگاه شبیه‌سازی نماید. به همین منظور در تحقیقات اخیر از مدل‌های پیچیده‌ی چند مکانی استفاده شده است (Segond et al., 2006)، (قهرمان و امینی، ۱۳۹۴) در میان مدل‌های تصادفی چند مکانی می‌توان به مدل‌های فرآیند نقطه‌ای زمانی- مکانی (Burton et al., 2008)، مدل‌های غیر همگن پنهان مارکوف (Charles et al., 1999a)، مدل‌های نیمه پارامتری تصادفی (Mehrotra and Sharma, 2007) و مدل‌های خطی تعمیم یافته (Chandler and Wheater, 2002) اشاره کرد.

در مدل‌های فوق سری زمانی بارش در چندین مکان به صورت هم‌زمان تولید می‌شود، همچنین توانایی این را دارند که سری زمانی بارش با تغییرپذیری مکانی را ایجاد کرده و از آن به عنوان ورودی بسیاری از مدل‌های هیدرولوژیکی توزیعی استفاده کنند. برای نمایش تغییرات سیستماتیک بارش از مولفه‌های مکانی استفاده می‌کنند (Chandler and Wheater, 2002) و اثر وابستگی بین ایستگاهی نیز از طریق تعیین پارامترهای همبستگی بین ایستگاه‌ها نشان داده می‌شود (Mehrotra and Sharma, 2007). متأسفانه واسنجی بسیاری از این مدل‌ها به سری‌های زمانی نسبتاً

کاملی از تمام ایستگاه‌های منطقه مطالعاتی نیاز دارند بنابراین در مناطقی با داده‌های مشاهداتی پراکنده، مناسب نیستند. در این میان مدل‌های خطی تعمیم یافته در حالی که نسبت به سایر مدل‌ها به حجم اطلاعات ورودی کمتری نیاز دارد، به خوبی می‌تواند اثرات بین ایستگاهی، وابستگی زمانی، اثرات فصلی و بین سالیانه را در نظر گیرد.

مدل‌های خطی تعمیم یافته توسعه‌ی مدل رگرسیون خطی محسوب می‌شود. در تحقیقات اولیه (Coe and Stern, 1984; Stern and Coe, 1982) پتانسیل این مدل در مطالعات هواشناسی و هیدرولوژی یک ایستگاه مکانی شناسایی شد سپس چندلر و ویتز (Chandler, 2002) and Wheater, با توسعه مدل به چارچوبی برای تفسیر ساختار زمانی- مکانی داده‌های اقلیمی جهت استفاده در تحلیل سری زمانی بارش روزانه در ایرلند دست یافتند و نشان دادند که مدل‌های خطی تعمیم یافته می‌تواند روابط پیچیده‌ی مولفه‌های اقلیمی را تحلیل کند. در این مدل‌ها، سری زمانی ایجاد شده از لحاظ آماری بر مقادیر مشاهداتی در یک یا چند ایستگاه منطبق می‌باشد، همچنین این مدل‌ها می‌توانند عدم قطعیت ناشی از مقادیر گمشده را به کمیت درآورده و خروجی‌های مدل‌های جهانی اقلیم را ریزمقیاس نمایی نمایند (Leith, 2005). با توجه به اینکه نوسانات اقلیمی در مقیاس بزرگ اثر قابل توجهی بر تغییرات بارش بین سالانه به خصوص در نواحی آفریقای استوایی دارد از این رو مدل‌های خطی تعمیم یافته نیز همانند بسیاری از مدل‌های تصادفی بارش با شاخص‌های اقلیمی بزرگ مقیاس مرتبط می‌باشد، به عنوان مثال در انجام مطالعات مربوط به مدل‌سازی بارش به منظور بیان اثرات گردش آتلانتیک شمالی و نوسانات دما در سطح دریا در اقیانوس آرام شرقی بر الگوهای آب و هوایی انگلستان، شاخص نوسانات اطلس شمالی و شاخص نوسان جنوبی در مدل‌های خطی تعمیم یافته وارد و مورد بررسی قرار گرفته است (Yang et al., 2005)، (Segond et al., 2006).

تا کنون بیشترین کاربرد مدل‌های خطی تعمیم یافته برای مدل‌سازی بارش در انگلستان با هدف تخمین خطر سیلاب عمدتاً بر روی تفکیک زمانی- مکانی، تفسیر تغییرات اقلیمی و توسعه‌ی داده‌های مشاهداتی انجام شده است. این

دو روش پارامتری مارکف پنهان (HMM) و ناپارامتری k- نزدیک‌ترین همسایه (KNN) در شبیه‌سازی سری زمانی داده‌های روزانه بارندگی زمستانه در ۱۳۰ ایستگاه باران‌سنجی ایران با طول دوره آماری ۲۱ سال مورد ارزیابی قرار گرفته است که نتایج حاکی مهارت HMM در شبیه‌سازی سری مصنوعی بارندگی روزانه، نسبت به KNN است. همچنین در تحقیق دیگری، از مدل فرایند نقطه‌ای زمانی- مکانی (STNSRP) برای تولید بارش در مقیاس زمانی روزانه و با در نظر گرفتن وابستگی مکانی بارش در حوضه آبریز والنات گالچ کشور آمریکا برای یک سری زمانی بارش طولانی مدت (۵۰ ساله) در ۱۴ ایستگاه باران سنجی استفاده شد. همبستگی مکانی بارش در ایستگاه‌های مجاور برای دوره مشاهداتی و شبیه‌سازی شده با یکدیگر مقایسه شد. نتایج نشان دادند که مدل به خوبی توانایی بازتولید آماره‌هایی مانند میانگین، واریانس و احتمال وقوع روزهای خشک را برای ایستگاه‌های مختلف در منطقه دارد (ذاکری، ۱۳۹۵). بررسی سابقه‌ی تحقیقات نشان می‌دهد که استفاده از مدل‌های خطی تعمیم یافته اندک بوده و به‌طور عمده در مناطقی انجام شده که شبکه ایستگاهی باران‌سنجی از تراکم قابل قبولی برخوردار بوده است. در حالی که در مناطق خشک و نیمه‌خشک علی‌رغم تغییرپذیری نسبتاً بالای بارش، شبکه باران‌سنجی پراکنده بوده و با وجود کیفیت پایین داده‌ها با محدودیت‌های بیشتری مواجه می‌باشد. از این رو در پژوهش حاضر سعی شده است با انتخاب منطقه مطالعاتی با پایین‌ترین تراکم شبکه باران‌سنجی (برازش مدل با استفاده از ۱۱ ایستگاه که تنها ۵ ایستگاه در محدوده حوضه واقع شده و بقیه ایستگاه‌ها در مجاورت حوضه می‌باشد)، قابلیت مدل‌های خطی تعمیم یافته در تکمیل داده‌های گمشده و نیز صحت شبیه‌سازی زمانی و مکانی بارش مورد بررسی قرار گیرد.

مواد و روش‌ها

منطقه‌ی مورد مطالعه و داده‌های اقلیمی

حوضه ایران مرکزی که بالغ بر ۵۰ درصد مساحت کشور را شامل می‌شود به هفت زیر حوضه تقسیم می‌گردد که یکی از آنها حوضه دریاچه نمک می‌باشد.

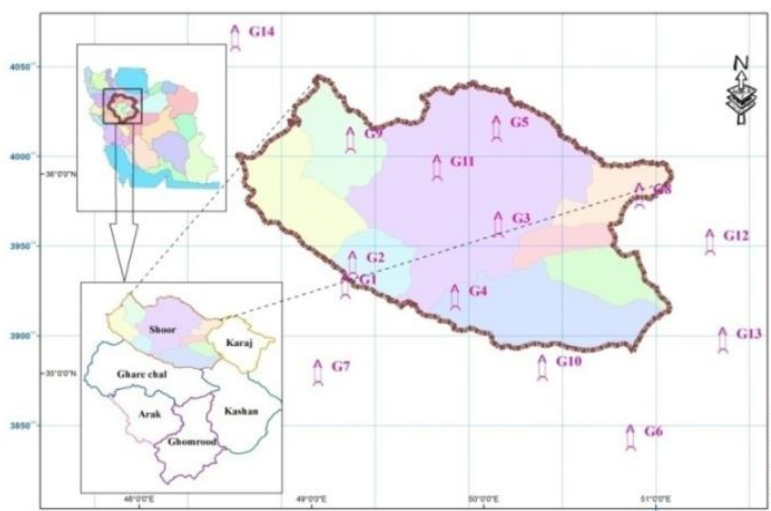
تحقیقات بر روی حوضه‌های آبریز کوچک و تعداد ایستگاه‌های نسبتاً زیاد انجام شده است، به عنوان مثال سگوند (Segond et al., 2006) برای حوضه‌ای به مساحت ۱۴۰۰ کیلومترمربع با اقلیم مرطوب- معتدل و میانگین بارش سالانه ۶۳۲ میلی‌متر از ۲۱ ایستگاه استفاده کرده است (یک ایستگاه در ۶۶ کیلومتر مربع). مدل‌های خطی تعمیم یافته در مقیاس مکانی بزرگتر با تراکم ایستگاهی کمتر و داده‌های مشاهداتی ناقص نیز انجام شده است. برای مثال در حوضه آبریز Kyoga در اوگاندا با آب و هوای استوایی (گرمسیری) و بارش نسبتاً بالا (میانگین بارش سالانه بیش از ۱۰۰۰ میلی‌متر) اجرای مدل‌های خطی تعمیم یافته مورد آزمایش قرار گرفت Kigobe (et al., 2011). در این تحقیق گرچه ۱۱۰ ایستگاه باران-سنجی در منطقه وجود داشت ولی برای بیان بهتر تغییرات مکانی توسط مدل مجبور شدند حوضه مطالعاتی با مساحت حدود ۵۶۰۰۰ کیلومترمربع را به ۷ منطقه جداگانه تقسیم و سپس مدل را برای هر یک جداگانه برازش دهند. کناباتو و همکاران (Kenabatho et al., 2012) کاربرد مدل از حوضه‌های خطی تعمیم یافته به کمک ۱۶ ایستگاه باران سنجی در حوضه Limpopo در بوتسوانا با مساحت ۷۶۶۰ کیلومتر مربع (یک ایستگاه در ۴۷۹ کیلومتر مربع) و اقلیم گرم و نیمه خشک را ارایه کردند، نتایج این تحقیق نشان داد در حالت کلی مدل توانایی بیان ساختار مکانی، فصلی و سالیانه‌ی بارش در این حوضه را دارد و با اضافه کردن پیش‌بینی کننده‌های اتمسفریک به مدل تغییرات بین سالانه داده‌های بارش مشاهداتی بهتر شبیه‌سازی شد.

در تحقیقی دیگر با استفاده از متغیرهای اتمسفریک مجدد آنالیز شده جورج و همکاران (George et al., 2016) توانستند در حوضه آبریز منتهی به مخزن ایدوکی واقع در هند داده‌های بارش را با استفاده از الگوهای خطی تعمیم یافته در دوره ۱۹۸۱ تا ۱۹۹۵ بازسازی و تکمیل کنند و برای دوره ۲۰۱۳ تا ۲۰۲۵ با استفاده از مدل CGCM3 و سناریوی A2 بارش را پیش‌بینی نمایند.

در زمینه شبیه‌سازی زمانی- مکانی بارش روزانه در داخل کشور، می‌توان به تحقیقی که توسط قصدی و همکاران (۱۳۹۵) انجام شده است، اشاره کرد. در این تحقیق عملکرد

در این حوضه آبریز (داودی راد و همکاران، ۱۳۸۶) نشان می‌دهد در اکثر موارد بارندگی‌ها با مقادیر کم شروع می‌شوند و به تدریج بر مقدار بارندگی افزوده می‌گردد و نقطه اوج بارندگی در وسط تداوم رگبار رخ می‌دهد و از شدت بارش با نزدیک شدن به انتهای بارندگی کاسته می‌شود. در این مطالعه از داده‌های بارش روزانه‌ی ۱۴ ایستگاه سینوپتیک با شبکه‌ای نامنظم و تراکم بسیار کم (۱۱ ایستگاه جهت برازش مدل و ۳ ایستگاه جهت صحت سنجی مکانی مدل)، در طول دوره آماری ۱۹۸۱ تا ۲۰۱۰ استفاده شده است (جدول ۱). متوسط بارش سالیانه در ایستگاه‌های منتخب، ۲۴۸ میلی‌متر و ارتفاع آنها حداقل ۸۷۷ متر و حداکثر ۱۹۴۹ متر نسبت به سطح دریا است.

در حوضه دریاچه نمک شش رودخانه با مساحت آبریز بیش از هزار کیلومتر مربع وجود دارد که رودخانه شور و قره چای و قمرود بزرگترین آنها محسوب می‌شوند. محدوده مطالعاتی در این تحقیق حوضه آبریز رود شور (شکل ۱) با اقلیم نیمه‌خشک و مساحتی در حدود ۲۲۰۶۶/۶۷ کیلومتر مربع است. میانگین بارش سالانه این حوضه، ۲۸۹ میلی‌متر و رژیم بارش آن از نوع مدیترانه‌ای است (فصل بارندگی منطبق بر نیمه سرد سال و فصل خشک منطبق بر تابستان می‌باشد). سهم تابستان در بارش حوضه ناچیز است و این مقدار کم نیز از بارش‌های ناگهانی است که هرچند سال یک‌بار در تابستان به وقوع می‌پیوندد. نتایج مطالعات انجام شده بر روی الگوی توزیع زمانی بارش



شکل ۱- موقعیت ایستگاه‌های منتخب در زیرحوضه آبریز رود شور

مجموعه از داده‌ها و مدل شبیه‌سازی بارش با هدف ریز مقیاس‌نمایی بارش در هریک از ایستگاه‌ها انجام شده است. پایگاه NCEP/NCAR دما را به صورت شبکه‌بندی شده^۵ در سطح دنیا از جمله ایران در اختیار همگان قرار می‌دهد. این پایگاه جهانی، زیر مجموعه‌ای از NOAA^۶ و داده‌های شبکه‌بندی شده مختلفی نظیر دما، بارش، فشار، رطوبت نسبی، سرعت باد و ... را در اختیار قرار می‌دهد. داده‌های این پایگاه به دو صورت روزانه و ماهانه ارائه می‌شوند. هر

با توجه به عدم دسترسی به سایر پارامترهای اقلیمی ثبت شده (به جز داده‌های بارش) در حوضه مطالعاتی، داده‌های تحلیل مجدد^۱ به‌عنوان متغیرهای مستقل خارجی (اکسترنال^۲) از پایگاه جهانی مراکز ملی پیش‌بینی محیط/ مرکز ملی تحقیقات اتمسفری (NCEP/NCAR)^۳ از وب سایت مرکز پیش‌بینی اقلیم^۴ استخراج شدند. استفاده هم‌زمان از این

5. Grid
6. National Oceanic and Atmospheric Administration

1. Reanalysis
2. External
3. National Centers for Environmental Prediction/ National Center for atmospheric Research; NCEP/NCAR
4. <http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/timeseries/>

جدا از این تبدیل، شکل کلی مدل‌های خطی تعمیم یافته به- صورت رگرسیون خطی است. در کاربرد GLMs برای مدل‌سازی بارش روزانه، از یک توزیع احتمالاتی پیش‌بینی شده به ازای هر روز بارانی در هر ایستگاه دلخواه و ارتباط دادن توزیع به مقادیر متغیرهای مختلف پیش‌بینی کننده استفاده می‌شود (Yang et al. 2005).

مدل‌سازی بارش روشی دو مرحله‌ای است. ابتدا رخداد بارش و سپس مقادیر آن مدل می‌شود. در گام نخست یک مدل خطی تعمیم یافته در قالب رگرسیون لجستیک برای پیش‌بینی احتمال رخداد بارش در هر روز از یک ایستگاه به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\ln \frac{p_i}{1-p_i} = x_i \cdot \beta \quad \text{معادله ۱:}$$

که در آن، p_i احتمال بارش در i امین مورد در مجموعه‌ی داده‌ها، x_i متناظر با بردار $(n \times p)$ پیش‌بینی کننده است و β ضرایب مدل است. در گام دوم، یک مدل خطی تعمیم یافته با تابع ربط لگاریتمی برای پیش‌بینی مقدار بارش در هر روز بارانی (روزهایی با احتمال رخداد بزرگتر از صفر) در هریک از ایستگاه‌ها تعریف شده است. در این مدل مقادیر بارش در یک ایستگاه و به ازای روز بارانی t ام از توزیع گاما با میانگین μ_t پیروی می‌کند. برای هر روز یک توزیع گامای متفاوت برازش داده می‌شود. با تعریف w_i به- عنوان یک بردار $(1 \times p)$ از پیش‌بینی کننده‌ها در روز بارانی t ام و γ برداری $(p \times 1)$ از پارامترهای مدل مربوطه، مدل به صورت ذیل ارائه می‌شود:

$$\ln(\mu_t) = w_i \cdot \gamma \quad \text{معادله ۲:}$$

زیر مجموعه NOAA در قالب و دقت خاص خود در اختیار کاربران قرار می‌گیرد. زیر مجموعه Reanalysis NCEP/NCAR با دقت ۲/۵ درجه در ۲/۵ درجه طول و عرض جغرافیایی در دسترس می‌باشد. فرمت این داده‌ها به- طور پیش فرض NetCDF^۱ است که یکی از پرکاربردترین فرم داده‌ها در متغیرهای اقلیمی و هیدرولوژیکی می‌باشد. این شکل داده‌ها توسط نرم افزارهای Matlab، Excel و Grads قابل بازخوانی است (مروتی و شکوهی، ۱۳۹۳). از مجموعه داده‌های موسوم به مجدد آنالیز شده (واکاوئی، ۱۶ پیش‌بینی کننده‌ی پتانسیل شامل دمای هوا، رطوبت ویژه، رطوبت نسبی، ارتفاع ژئوپتانسیل و سرعت باد در سه سطح فشار ۵۰۰، ۷۵۰ و ۸۰۰ میلی بار و فشار در سطح دریا انتخاب (جدول ۳-۳) و داده‌های مربوط به هریک در مقیاس ماهانه و طول دوره آماری مورد نظر (۱۹۸۱-۲۰۱۰) در ۹ نقطه (به نحوی که کل منطقه را با شبکه ۲/۵ درجه در ۲/۵ درجه پوشش دهد) در داخل و اطراف منطقه مطالعاتی دانلود شد. همچنین شاخص‌های نوسان قطبی و نوسانات اطلس شمالی از وب سایت مرکز پیش‌بینی اقلیم (NOAA-CPC)^۲ و شاخص نوسان جنوبی^۳ (به عنوان تعیین کننده‌ی شاخص الینو- نوسان جنوبی^۴) در مقیاس ماهانه از وب سایت اداره هواشناسی استرالیا^۵ برای تاریخ‌های مورد نظر دانلود شد.

ساختار مدل‌های خطی تعمیم یافته

مدل‌های خطی تعمیم یافته چارچوبی را جهت مدل‌سازی آماری در بسیاری از زمینه‌های تحقیقاتی فراهم می‌کند. این مدل‌ها با هدف کاهش فرض‌های محدود کننده در رگرسیون خطی توسعه یافته و می‌تواند متغیرهای وابسته را از هر توزیع احتمالاتی از خانواده نمایی (مانند توزیع دو جمله‌ای، گاما، یا پواسن یا توزیع نرمال) در نظر بگیرد. در مدل‌های خطی تعمیم یافته، به جای متغیر پاسخ با استفاده از یک تابع ربط، یک تبدیل از متغیر پاسخ مدل می‌شود.

1. Network Common Data Form
2. <http://www.cpc.noaa.gov/>
3. Southern Oscillation
4. El Nino Southern Oscillation
5. <http://www.bom.gov.au/climate/>

جدول ۱- ایستگاههای منتخب در منطقه مطالعاتی حوضه آبریز رود شور

کد ایستگاه	نام ایستگاه	ارتفاع (متر)	طول دوره آماری (سال)
G1	آبگرم خرقان	۱۵۹۱	۲۰
G2	آوج	۱۱۹۱	۱۳
G3	بوئین زهرا	۱۲۸۲	۴
G4	دوزج	۱۹۴۹	۱۲
G5	قزوین	۱۲۷۹	۳۰
G6	قم	۸۷۷	۳۰
G7	حصار ولیعصر	۱۶۹۶	۱۷
G8	کرج	۱۳۱۲	۳۰
G9	خرمدره	۱۸۸۷	۲۰
G10	ساوه	۱۱۰۸	۱۹
G11	تاکستان	۱۲۸۳	۵
G12	تهران	۱۱۹۱	۳۰
G13	ورامین	۹۷۳	۴
G14	زنجان	۱۶۶۳	۳۰

*- این ایستگاهها (با طول دوره ی آماری کوتاه) در برازش مدل بکار گرفته نشده است و فقط در صحت سنجی مکانی استفاده شده است.

انتخاب پارامترها و برازش مدل

برای برازش مدل ابتدا مجموعه‌ای مناسب از پیش‌بینی کننده‌های خطی x و w در معادله‌های ۱ و ۲ به ترتیب برای مدل‌های رخداد و مقدار بارش شناسایی شده و سپس بردارهای ضرایب مربوطه β و γ به روش بیشینه‌ی درست‌نمایی برآورد می‌شود. در مدل رخداد بارش، هدف تعیین مقدار پارامترهای مدل (β ، در معادله ۱) به‌طوریکست که احتمال وقوع بارش ($p_i = \frac{e^{x_i \beta}}{1 + e^{x_i \beta}}$) در هر روز بارانی و احتمال عدم بارش در هر روز خشک ($1 - p_i = 1 - \frac{e^{x_i \beta}}{1 + e^{x_i \beta}}$) بیشینه شود. به همین ترتیب در مدل مقادیر باران هدف تعیین پارامترهای مدل (γ ، در معادله ۲) به‌نحوی است که حاصل توابع توزیع احتمالاتی توزیع گاما بر روی مقادیر مشاهداتی در هر روز بارانی به حداکثر برسد. اجرای مدل با استفاده از آزمون‌هایی ساده اما مفید همچون باقی مانده‌های پیرسون ارزیابی می‌شود. باقیمانده پیرسون به ازای هر داده مشاهداتی به‌صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$r_i^{(p)} = \frac{Y_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad \text{معادله ۳:}$$

که در آن، Y_i مقدار مشاهده شده‌ی i ام و μ_i و σ_i به‌ترتیب میانگین و انحراف استاندارد توزیع آماری است که توسط

مدل خطی تعمیم یافته حاصل شده است. اگر مدل برازش داده شده، صحیح باشد مجموعه‌ی باقی‌مانده‌های پیرسون از توزیعی با میانگین صفر و واریانس یک پیروی می‌کند (Kenabathoet al., 2012). ترسیم نمودار باقیمانده پیرسون برای هر زیر مجموعه از داده‌ها همچون ماهانه، سالیانه یا موقعیت‌های مکانی مختلف و نیز بررسی اینکه آیا میانگین باقیمانده پیرسون نزدیک به صفر است یا خیر، روشی ساده جهت کنترل ساختار مدل به‌شمار می‌آید.

ساختار وابستگی فضایی:

در مدل‌های ارائه شده در معادله‌های ۱ و ۲ توزیع‌های احتمالی بارش روزانه در هریک از ایستگاه‌ها مشروط بر مقادیر متغیرهای کمکی (پیش‌بینی کننده‌ها) مانند اثر بارش در روزهای قبل یا فاکتورهای خارجی همچون شاخص نوسانات اطلس شمالی مشخص می‌شود. برای تولید هم-زمان توالی بارش در چند ایستگاه باید وابستگی بین ایستگاهی نیز در نظر گرفته شود. در واقع با تعریف ساختار وابستگی مناسب بین ایستگاه‌ها (ساختار فضایی)، امکان ساخت یک مدل خطی تعمیم یافته چند متغیره به-

رابطه $Y = \Psi^{-1}[F(Z)]$ ، بردار متغیر وابسته Y محاسبه شود. در شرایطی که متغیر پیوسته تصادفی از توزیع گاما پیروی کند (مانند شرایط موجود)، محاسبه F^{-1} و Ψ نسبتاً ساده بوده که منجر به کاهش سرعت شبیه‌سازی می‌شود. به عنوان راه‌حلی جایگزین، فرض شده که اگر Y از توزیع گاما پیروی کند $Y^{1/3}$ توزیع نرمال خواهد داشت. در واقع اگر Y_i مقدار مشاهداتی برای روز بارانی t ام در مجموعه داده‌ها و μ_i به‌عنوان مقدار مورد انتظار (میانگین گامای برازش داده شده)، سپس باقیمانده $Anscombe$ به ازای داده‌هایی که براساس توزیع گاما برازش داده شده‌اند از رابطه ذیل تعیین می‌شود (Yang et al., 2005).

$$r_i^{(A)} = \left(\frac{Y_i}{\mu_i} \right)^{\frac{1}{3}} \quad ; \quad \text{معادله ۵}$$

شبیه‌سازی مقادیر بارش در ایستگاه‌های بارانی به ازای یک روز خاص، ابتدا با نمونه‌گیری یک بردار باقی‌مانده‌های $Anscombe$ از یک توزیع نرمال چند متغیره توسط ساختار میانگین و کوواریانس مناسب و در مرحله دوم از طریق معکوس معادله ۵ در هر ایستگاه انجام می‌شود. اگر هر مقدار منفی تولید شود، حذف شده و یک بردار جدید ترسیم می‌شود. در این روش به‌طور کامل وابستگی فضایی از طریق ساختار همبستگی توزیع نرمال چند متغیره مشخص می‌گردد. توسط این نمونه‌گیری با وارد کردن مقادیر مشاهداتی چند ایستگاه در یک روز خاص به مدل، مقدار داده‌های گمشده در سایر ایستگاه‌ها برآورد می‌شود.

شبیه‌سازی بارش و تکمیل داده‌های گمشده

همانطور که اشاره شد داده‌های مفقود بارش ثبت شده یکی از مشکلات متداول در مطالعات منابع آب می‌باشد. به منظور تکمیل داده‌های گمشده، پس از برازش مدل و تخمین پارامترهای آن با ترکیب هم‌زمان مدل‌های لجستیک و گاما می‌توان سری زمانی بارش را در ایستگاه‌های مورد نظر شبیه‌سازی نمود. با توجه به اینکه مدل تصادفی است، مجموعه‌ای از شبیه‌سازی‌ها برای بیان عدم قطعیت ایجاد خواهد شد. همچنین مدل در شرایطی ساخته شده است که اگر هر کدام از داده‌های ثبت شده مفقود شود به‌منظور تکمیل مقادیر گمشده کافی است تا ابتدا توزیع شرطی

نحوی که بتواند ویژگی‌های کلی بارش را بر روی شبکه‌ای از ایستگاه‌های بارانسنجی نشان دهد، فراهم می‌شود. به این منظور، ابتدا یک توزیع مشترک برای الگوی خشک-بارانی در مدل رخداد و سپس توزیع بردار مقادیر بارش در هر یک از ایستگاه‌های بارانی تعریف می‌شود.

تعریف وابستگی فضایی، برای مدل رخداد به کمک توزیع دو جمله‌ای بتا برای تعداد ایستگاه‌های بارانی در هر روز (Z به‌عنوان متغیر تصادفی) انجام می‌شود (Yang et al., 2005). برای وارد کردن اثر وابستگی مکانی در مدل رخ-

داد بارش، توزیع دو جمله‌ای بتا به همراه مدل‌های خطی تعمیم یافته برازش داده شده، در قالب یک توزیع شرطی (مشترک) ترکیب می‌شود. در این صورت با استفاده از توزیع‌های شرطی (مشترک)، موقعیت‌های این ایستگاه‌ها توسط مدل رخداد بارش تعیین خواهد شد. در این روش ضمن اینکه توزیع تعداد ایستگاه‌های بارانی با دقت قابل قبولی تعیین می‌شود، احتمال بارش در هر ایستگاه نیز حفظ می‌شود. محدودیت اصلی در این روش این است که فرض می‌شود وابستگی مکانی بین ایستگاه‌های باران‌سنجی بالایی باشد؛ به عنوان مثال، تمام ایستگاه‌ها تمایل دارند تحت تاثیر یک سیستم آب و هوایی یکسان در یک روز خاص باشند. در این روش مفهوم فاصله بین ایستگاه‌ها مد نظر قرار نمی‌گیرد. براساس روش فوق توزیع (Z) توسط توزیع دو جمله‌ای بتا به شکل زیر تعریف شده است.

$$P(Z = z) = \binom{K}{z} \frac{\Gamma(\alpha_t + z) \Gamma(K + \beta_t - z) \Gamma(\alpha_t + \beta_t)}{\Gamma(\alpha_t + \beta_t + K) \Gamma(\alpha_t) \Gamma(\beta_t)} \quad ; \quad \text{معادله ۶}$$

که در آن، K تعداد کل ایستگاه‌ها، Z تعداد ایستگاه‌های بارانی، Γ تابع گاما و α_t و β_t پارامترهای توزیع در روز t هستند. φ به عنوان پارامتر پراکنندگی، شکل توزیع را کنترل کرده و برابر با $\varphi_t = \alpha_t + \beta_t$ است. مقدار بسیار کم (نزدیک به صفر) این پارامتر بیان‌کننده‌ی وابستگی مکانی قوی بین ایستگاه‌ها است. فرض بر این است که پارامتر پراکنندگی به ازای تمام روزها ثابت است. در مدل مقادیر بارش، اگر Y متغیر پیوسته‌ی تصادفی با تابع توزیع $F(Y) = P(Y \leq y)$ باشد آنگاه تبدیل نرمال شده آن با رابطه $Z = \Psi^{-1}[F(Y)]$ نمایش داده می‌شود که در آن $\Psi[0]$ تابع توزیع برای توزیع نرمال استاندارد است. ابتدا بردار تصادفی نرمال Z تولید و در گام بعد با کمک

مشاهداتی ثبت شده به میزان مقدار آستانه کم می‌شود (Chandler and Wheater, 2002). در این مطالعه مقدار آستانه 1mm به کار گرفته شده است. بعد از شبیه‌سازی مقدار آستانه به هریک از مقادیر غیر صفر اضافه می‌شود.

نتایج و بحث

پیش‌بینی کننده‌های زمانی و مکانی

فرآیند مدل‌سازی با یک مقدار ثابت (عرض از مبدا رابطه رگرسیون) یا یک پیش‌بینی کننده شروع و سپس برای بهبود مدل، در هر مرحله پیش‌بینی کننده‌های بیشتری اضافه شد. در واقع ساخت مدل‌ها شامل اضافه کردن گام به گام پیش‌بینی کننده‌ها و بررسی معنی داری هر یک می‌باشد. درجه اهمیت پیش‌بینی کننده‌های اضافه شده توسط لگاریتم درست‌نمایی (رابطه ۴ در منوال RGLIMCLIM)، باقی‌مانده‌های پیرسون (معادله ۳) و نیز عملکرد خروجی‌های شبیه‌سازی ارزیابی شده است. در هر مرحله در صورتی که با اضافه کردن پیش‌بینی کننده مورد نظر مقدار لگاریتم درست‌نمایی به مقدار بیشتر از ۱/۹۲ (۳/۳۲) افزایش یابد، می‌توان گفت در سطح ۵ درصد (۱ درصد) معنادار بوده است و باعث بهبود مدل شده است (Chandler and Wheater, 2002). در این تحقیق، از پیش‌بینی کننده‌های زمانی، مکانی و خارجی نیز استفاده شد. پیش‌بینی کننده‌های موثر به همراه ضرایب و خطای استاندارد آنها در جدول ۲ و ۳ آورده شده است. مدل رخ-داد شامل ۱۹ پیش‌بینی کننده و یک ضریب ثابت می‌باشد. به‌منظور نمایش اثرات زمانی بارش، ارائه سیکل‌های فصلی و سالیانه ضروری می‌باشد. همچنین وابستگی زمانی توسط شاخص‌هایی که تاثیر بارندگی را ظرف حداکثر ۳ روز قبل در نظر می‌گیرد، بیان شده است و دلیل آن می‌تواند کوتاهی طول دوره بارش همرفتی در مناطق نیمه خشک باشد. به-منظور ارائه اثرات مکانی، ابتدا لژاندر چند جمله‌ای مرتبه اول در امتداد طول و عرض جغرافیایی استفاده شد. به-علاوه یک لژاندر چند جمله‌ای مرتبه چهارم برای نمایش تغییرات پستی و بلندی به مدل اضافه شد. تعداد پیش‌بینی کننده‌ها در مدل مقادیر بارش ۱۴ پیش‌بینی کننده تعریف شده است که تقریباً نیمی از آنها مشابه مدل رخ‌داد است.

داده‌ها بر روی مقادیر مشاهداتی در سایر ایستگاه‌ها هم برای مدل رخ‌داد و هم مدل مقادیر بارش تعیین شود، سپس مقادیر گمشده را می‌توان به کمک این توزیع‌های شرطی شبیه سازی و تکمیل نمود و به این ترتیب سری زمانی کاملی بدون هیچ داده گمشده حاصل خواهد شد (شناخته شده با عنوان imputation در Yang et al, 2005).

در این مطالعه از بسته RGLIMCLIM (Chandler, 2014) در محیط برنامه نویسی R استفاده شد. بعلاوه در مواردی نیز جهت افزایش دقت مدل‌سازی کدهای جداگانه نوشته و به مدل اضافه شد از آن جمله می‌توان به تعریف متغیرهای اکسترنال و نیز کدهای مربوط به وارد کردن اثر ارتفاع هر یک از ایستگاه‌ها اشاره نمود. برنامه RGLIMCLIM برای مدل‌سازی و شبیه‌سازی توالی بارش روزانه و متغیرهای اقلیمی با استفاده از مدل‌های خطی تعمیم یافته مناسب است. با توجه به تغییرات فصلی، از سری‌های فوریه برای ارائه تغییرات دوره‌ای استفاده شد. در حالت کلی، مقادیر پیش‌بینی کننده‌ها از روزی به روز دیگر و از مکانی به مکان دیگر تغییر می‌کنند. در شرایطی که اثر یکی از پیش‌بینی کننده‌ها، وابسته به مقدار یک یا چند پیش‌بینی کننده دیگر باشد بدین معنی که پیش‌بینی کننده‌ها بر روی هم اثر متقابل داشته باشند؛ این اثر را از طریق وارد کردن پیش‌بینی کننده‌های اثر متقابل انجام شد. در حالت کلی تغییرات منطقه‌ای بارش توسط توابع خطی مختصات جغرافیایی و ارتفاع به‌درستی نمایان نمی‌شود. به‌منظور فائق آمدن بر این امر به جای قرار دادن مستقیم متغیر مستقل در معادلات ۱ و ۲ مقادیر متناظر توابع متعامد به‌عنوان متغیر مستقل مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر احتمالاً روند تغییرات بارش نسبت به یک اثر مکانی مانند ارتفاع یکنواخت باشد (همچون افزایش میزان بارش با ارتفاع) این اثر از طریق توابع چند جمله‌ای همچون چندجمله‌ای‌های لژاندر نشان داده می‌شود و الگوی تغییرات نوسانی با استفاده از سری‌های فوریه می‌تواند نمایش داده شود.

به‌منظور حذف هرگونه پتانسیل تناقض ناشی از دقت پایین بارندگی‌های ناچیز، معمولاً پیش از مدل‌سازی از داده‌های

در میان پیش‌بینی‌کننده‌های خارجی منتخب، تنها میانگین دمای هوا و رطوبت نسبی در مقیاس ماهانه در مدل رخ‌داد و میانگین دمای هوا در مدل مقادیر از لحاظ آماری معنادار شناخته شده است. همچنین شاخص نوسان جنوبی از شاخص‌های ال‌نینو نیز بررسی شد اما معنی‌دار شناخته نشد. این نتیجه براساس مطالعه‌ای که توسط میرشاهی و همکاران (۲۰۱۰) برای منطقه‌ای در خراسان رضوی انجام شده است و اعلام عدم وابستگی بارش با شاخص مذکور، دور از انتظار نبود. به همین ترتیب شاخص نوسانات اطلس شمالی و شاخص نوسان قطبی نیز معنی‌دار شناخته نشد. به عبارت بهتر در نتیجه وارد کردن این شاخص‌ها چه به صورت تنها و چه همراه با پیش‌بینی‌کننده‌های اثرات زمانی و مکانی در مدل هیچ اثری در بهبود برازش مدل یا نتایج شبیه‌سازی حاصل نشد. مهمترین ابزار بهبود برازش مدل استفاده از تست نسبت‌های حداکثر درست‌نمایی بوده است که نسبت به سایر روش‌ها به عنوان یکی از قوی‌ترین روش در تشخیص سیگنال‌های ضعیف عمل می‌کند. از جدول ۲ و ۳، به روشنی می‌توان دریافت که اثر متقابل بین مختصات جغرافیایی ایستگاه‌ها و ارتفاع وجود دارد. حذف این اثرات متقابل تا حد بسیار چشم‌گیری منجر به اجرای ضعیف مدل خواهد شد. سایر اثرات متقابل، بین پیش‌بینی‌کننده‌های فصلی و اثر بارش در روزهای قبل نیز تعریف شد. انتظار می‌رود که در طول فصل مرطوب نسبت به دوره خشک که بارش پراکنده‌تر است، وابستگی بیشتری بین بارش در روزهای متوالی وجود داشته باشد. به بیان بهتر اثر متقابل بین بارش در روزهای قبل و پیش‌بینی‌کننده فصلی، سیستم آب و هوایی حاکم بر منطقه مطالعاتی را تشریح می‌کند. در فصل زمستان، وقایع بارش معمولاً در اثر سیستم‌های جوی جبهه‌ای که ممکن است بیش از یک روز تداوم داشته باشد، رخ می‌دهد اما در فصل تابستان

بسیار به‌ندرت و با تداوم زمانی کوتاه رخ می‌دهد بنابراین خود همبستگی در توالی بارش در فصل زمستان بسیار قوی‌تر از فصل تابستان است و می‌توان انتظار داشت که هریک از پارامترهای مرتبط با اثر بارش در روزهای قبل به صورت فصلی تغییر کند. این نتیجه توسط اثرات متقابل بین پیش‌بینی‌کننده‌های ارائه شده تایید می‌شود. اثرات مکانی هریک از ایستگاه‌ها نسبت به سایر ایستگاه‌ها در مدل رخ‌داد بارش، با استفاده از توزیع دو جمله‌ای بتا برای تعداد ایستگاه‌های دارای بارش در هر روز مشخص شد. مقدار پارامتر شکل q ، $2/50$ بدست آمد که متناظر با وابستگی حداقل بین ایستگاهی است و نشان دهنده این مطلب است که از اطلاعات مربوط به ایستگاه‌های منطقه مطالعاتی به صورت بسیار محدود می‌توان در سایر ایستگاه‌ها استفاده کرد. ساختار وابستگی مکانی برای مدل مقادیر با استفاده از یک همبستگی ثابت بین باقی‌مانده‌های Anscombe معادل با $0/27$ مشخص شد. در واقع مقدار مذکور بیان‌کننده‌ی متوسط همبستگی برای هر جفت از ایستگاه‌های منطقه مطالعاتی می‌باشد. از آنجا که در این روش هیچ کدام از ایستگاه‌های خشک در محاسبات وارد نمی‌شود و مدل مقادیر، تنها در ایستگاه‌هایی که مقادیر بارش غیر صفر است تعریف می‌شود، این موضوع یکی از نقاط ضعف این روش محسوب می‌شود. با مشاهده ضرایب مربوط به هریک از پیش‌بینی‌کننده‌ها در مدل‌های رگرسیون خطی تعمیم یافته به روشنی می‌توان دریافت که در هر دو مدل رخ‌داد و مقادیر، اثرات مکانی مهمترین پیش‌بینی‌کننده‌های بارش و بعد از آن در بین اثرات زمانی، مهمترین متغیر پیش‌بینی‌کننده، میانگین بارش در یک روز قبل $[Mean of I(Y[t - 1] > 0)]$ ، شناخته شده است.

جدول ۲- خلاصه‌ای از متغیرهای مستقل (پیش‌بینی کننده‌ها) در مدل رخدادهای بارش برای پیش‌بینی بارش روزانه

ردیف	انحراف استاندارد	مقدار	پیش‌بینی کننده	
	۰/۱۵۳۶	-۴/۱۲۴۸	Constant	
۱	۰/۰۲۹۰	-۰/۲۹۲۵	Legendre polynomial 1 for Easting	مولفه‌های مکانی
۲	۰/۰۲۷۱	۰/۲۷۳۶	Legendre polynomial 1 for Northing	
۳	۰/۰۴۴۶	-۰/۱۷۴۱	Legendre polynomial 4 for Altitude	
۴	۰/۰۴۵۱	۰/۲۷۴۱	Mean of Y[t-1]	مولفه‌های زمانی
۵	۰/۰۱۲۷	-۰/۱۰۲۲	Mean of Y[t-2]	
۶	۰/۱۷۷۲	۳/۷۵۱۹	Mean of I(Y[t-1]>0) ^a	
۷	۰/۱۰۳۹	۰/۲۹۴۵	Mean of I(Y[t-3]>0)	
۸	۰/۱۳۲۱	-۰/۲۹۶۴	Daily seasonal effect ^c , cosine component	
۹	۰/۰۷۵۱	-۰/۴۲۹۴	Daily seasonal effect, cosine component	
۱۰	۰/۰۴۰۰	-۰/۱۴۲۰	Daily half-year cycle, cosine component	
۱۱	۰/۰۴۹۸	-۰/۳۶۶۸	Daily half-year cycle, sine component	
۱۲	۰/۰۱۲۸	-۰/۰۷۰۴	700mb Pressure Level Mean Temperature	پیش‌بینی
۱۳	۰/۰۰۳۷	۰/۰۳۷۶	700mb Pressure Level Relative Humidity	کننده‌های جوی
۱۴	۰/۰۳۵۹	۰/۵۹۶۳		تاثیرات متقابل
۱۵	۰/۱۱۵۴	۰/۴۳۱۹		
۱۶	۰/۰۵۰۴	-۰/۳۵۱۷		
۱۷	۰/۱۹۲۳	-۱/۴۸۲۸		
۱۸	۰/۱۷۲۷	-۱/۵۶۵۰		
۱۹	۰/۱۵۵۳	۰/۴۷۵۹		
		۱	'Soft' threshold (mm)	آستانه
		۲/۴۹۹۵	Beta-binomial distribution	وابستگی فضایی

a- I نمایانگر یک شاخص است، در صورتی که روز قبل بارانی باشد، یک و در غیر این صورت صفر در نظر گرفته می‌شود و $Y[t-1]$ مقدار بارش یک روز قبل است.

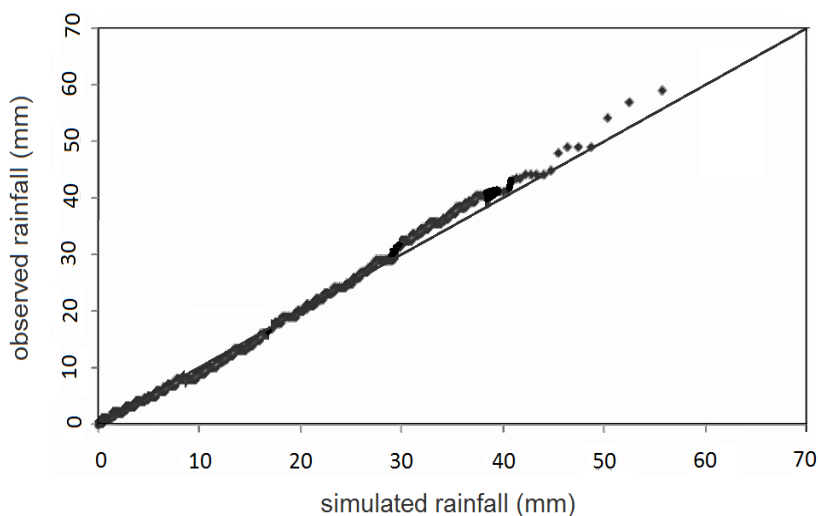
$$b = \cos(2\pi \times \text{day of year}/183), \quad c = \cos(2\pi \times \text{day of year}/366)$$

جدول ۳- خلاصه‌ای از متغیرهای مستقل (پیش‌بینی کننده‌ها) در مدل مقادیر بارش برای پیش‌بینی بارش روزانه

ردیف	انحراف استاندارد	مقدار	پیش‌بینی کننده	
	۰/۰۴۰۹	۱/۳۰۳۲	Constant	
۱	۰/۰۲۳۴	-۰/۱۳۱۸	Fourier sine component 1 for Eastin	مولفه‌های مکانی
۲	۰/۰۴۱۱	۰/۱۱۴۰	Legendre polynomial 1 for Northings	
۳	۰/۰۹۱۴	-۰/۰۵۱۵۱	Legendre polynomial 1 for Altitude	
۴	۰/۰۳۱۳	-۰/۱۷۷۰	Fourier cosine component 1 for Eastin	
۵	۰/۰۵۸۶	-۰/۴۳۱۴	Mean of I(Y[t-1]>0)	مولفه‌های زمانی
۶	۰/۰۳۵۳	۰/۱۸۴۵	Daily seasonal effect, cosine component	
۷	۰/۰۳۱۸	۰/۱۳۱۰	Daily seasonal effect, sine component	
۸	۰/۰۳۰۰	-۰/۰۹۸۳	Daily half-year cycle, cosine component	
۹	۰/۰۳۰۷	-۰/۱۳۲۵	Daily half-year cycle, sine component	
۱۰	۰/۲۱۶۰	-۰/۹۶۲۵		تأثیرات متقابل ۱ و ۲
۱۲	۰/۱۵۰۰	-۰/۷۰۳۲		۲ و ۳
۱۳	۰/۱۶۵۲	۰/۶۱۶۱		۲ و ۴
۱۴	۰/۱۰۸۷	-۰/۵۶۳۳		۳ و ۴ ۸ و ۹
		۱	'Soft' threshold (mm)	آستانه
	۰/۲۶۷۲		Constant correlation	وابستگی فضایی
	۰/۸۶۲			پارامتر پراکندگی

در صورتی که فرض توزیع گاما بر روی داده‌های بارش ثبت شده صحیح باشد آنگاه با مقایسه‌ی شکل توزیع‌های بارش مشاهداتی و شبیه‌سازی شده در روزهای بارانی و برای کل داده‌های منطقه مطالعاتی قابل کاربرد است. این امر از طریق رسم مقادیر داده‌های مشاهده شده در مقابل مقادیر شبیه‌سازی شده توسط مدل بارش بررسی شده است (شکل ۲). خطی بودن و شیب ۴۵ درجه نمودار با ضریب همبستگی ۰/۹۸۲ نشان دهنده‌ی توزیع مناسب داده‌های بارندگی و قابل قبول بودن فرض توزیع گاما می‌باشد.

ارزیابی ساختار احتمالی مدل‌های برازش داده شده: در هر مدل آماری می‌باید پیش از تفسیر نتایج مدل‌سازی ساختارهای احتمالاتی، ساختار سیستماتیک توصیف نشده و نیز توانایی پیش‌بینی مدل مورد ارزیابی قرار گیرد. مروری بر مطالعات انجام شده (McCullagh and Nelder, 1989) نشان می‌دهد که ارزیابی مدل آماری بسیار گسترده است. به‌منظور اطمینان از صحت ساختار احتمالاتی مدل برازش داده شده از نمودارهای مقادیر باقی‌مانده Anscombe (رابطه ۵) استفاده شد.



شکل ۲- نمودار احتمالاتی داده‌های مشاهده‌ای بارش در مقابل داده‌های حاصل از برازش توزیع گاما- خط صاف بیانگر شیب ۴۵ درجه نمودار است. انطباق داده‌های مشاهده‌ای بر این خط دقت نتایج شبه‌سازی را نشان می‌دهد.

بالایی بین نسبت‌های تعداد روزهای بارانی مورد انتظار و مشاهده شده هم در پیش‌بینی روز خشک (احتمال بارش کمتر از ۱ میلی متر) و هم در پیش‌بینی روز تر (احتمال بارش بیش‌تر از ۱ میلی متر) را نشان می‌دهد.

در مدل رخداد بارش نمی‌توان جهت بررسی احتمال‌های پیش‌بینی از نمودار احتمالاتی استفاده کرد. بر همین اساس به منظور ارزیابی ساختار احتمالاتی مدل رخداد بارش، دهک‌های پیش‌بینی مورد ارزیابی قرار گرفت (Chandler and Wheater, 2002)، (جدول ۴). نتایج مدل رخداد تطابق

جدول ۴- احتمال وقوع تعداد روزهای بارانی مورد مشاهده شده و پیش‌بینی شده در مدل رخداد بارش

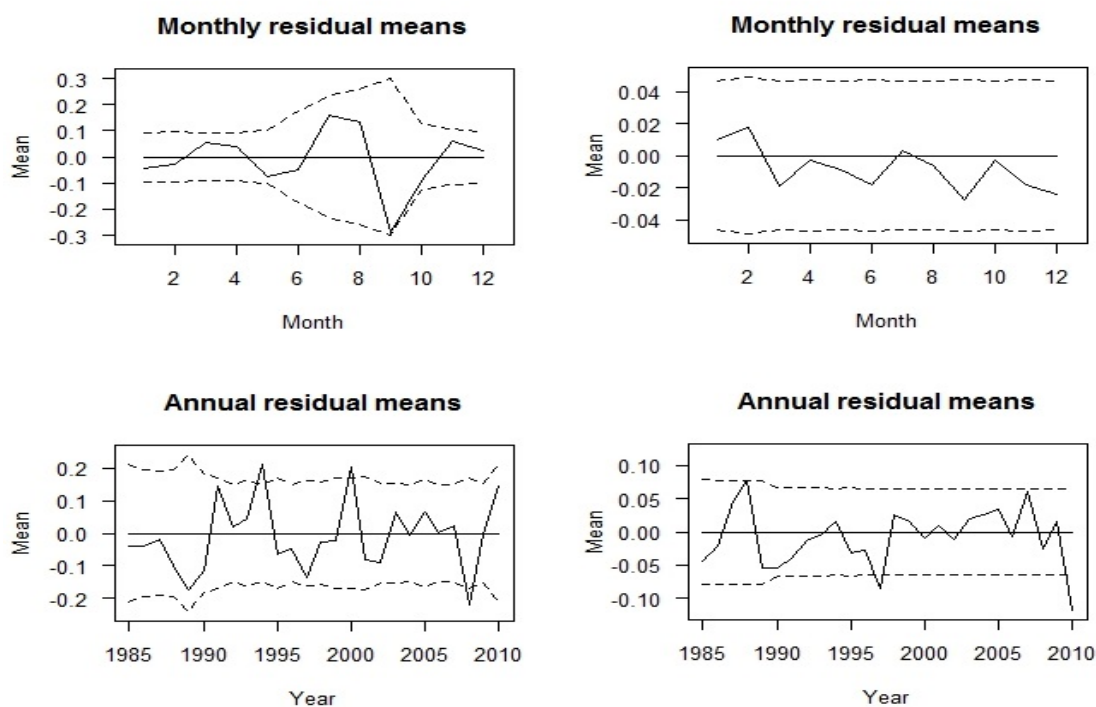
احتمال وقوع بارش	۱۰-۰	۲۰-۱۰	۳۰-۲۰	۴۰-۳۰	۵۰-۴۰	۶۰-۵۰	۷۰-۶۰	۸۰-۷۰	۹۰-۸۰	۱۰۰-۹۰
احتمال تجربی	۰/۰۳۵	۰/۱۴۶	۰/۲۶۷	۰/۳۵۱	۰/۴۱۲	۰/۴۶۸	۰/۵۴۷	۰/۶۳۴	۱/۰۰۰	۰/۰۰۰
احتمال نظری	۰/۰۳۶	۰/۱۴۲	۰/۲۵۳	۰/۳۴۷	۰/۴۳۳	۰/۵۲۳	۰/۶۱۳	۰/۷۰۱	۰/۸۹۸	۰/۰۰۰
تعداد حالات	۴۶۹۲۴	۱۵۸۵۷	۴۷۹۵	۲۹۷۷	۲۰۳۰	۹۷۹	۳۱۸	۸۲	۵	۰/۰۰۰

ارزیابی مدل با استفاده از باقی مانده‌های پیرسون علاوه بر استفاده از لگاریتم درست‌نمایی برای ارزیابی نسبی اهمیت آماری پیش‌بینی‌کننده‌ها، برای بررسی خطاهای سیستماتیک مدل از باقی مانده‌های پیرسون استفاده شد. بعد از گروه بندی داده‌ها به ماهانه و سالانه میانگین‌های باقی-مانده‌های پیرسون برای هر دو مدل رخداد بارش و مقادیر بارش در سطح اطمینان ۹۵ درصد محاسبه و در شکل ۳ نمایش داده شده است. گرچه در مقیاس ماهانه عملکرد هر دو مدل رخداد و مقادیر کاملاً رضایت بخش است ولی

در تفسیر نتایج جدول ۴، به طور مثال می‌توان این‌طور بیان نمود که در طول دوره آماری تعداد ۱۵۸۵۷ روز، احتمال بارش بین ۰/۱ تا ۰/۲ است. براساس مشاهدات ۱۴/۶ درصد از کل دوره آماری، احتمال بارش بین ۱۰ تا ۲۰ درصد است در حالیکه مدل ۱۴/۲ درصد از داده‌ها را در این محدوده احتمالاتی پیش‌بینی کرده است. فاصله کم بین درصد داده مشاهداتی و درصد داده مورد انتظار توسط مدل در هریک از دهک‌ها، برازش مناسب مدل را نشان می‌دهد.

داده‌های مشاهداتی فاصله نسبتاً کمی با محدوده‌های شبیه-سازی داشته و تقریباً قابل چشم‌پوشی می‌باشد. متأسفانه بیشترین ناهماهنگی مربوط به دوره زمانی ۱۹۹۵-۱۹۹۲ در فصل پاییز می‌باشد. ولی در بررسی نمودارها در مقیاس سالانه، به خوبی می‌توان دریافت که با اضافه کردن متغیرهای خارجی (داده‌های اتمسفریک) نتایج رضایت بخش‌تر شده است.

براساس نمودار سالانه مدل مقادیر در بعضی از سال‌ها مقادیر باقی مانده‌ها از سطح اطمینان خارج شده که بیانگر آن است که در این سال‌ها ممکن است نتایج مدل‌سازی بسیار رضایت‌بخش نباشد. برای این منظور شکل ۴، میانگین بارش فصلی و سالانه حاصل از برازش مدل تهیه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بارش فصلی حاصل از داده‌های مشاهداتی در فصل تابستان کاملاً داخل محدوده-های شبیه‌سازی شده واقع نشده که البته مقدار بیرون زدگی



شکل ۳- نمودارهای باقیمانده‌های پیرسون در مقیاس ماهانه (ردیف بالا) و سالانه (ردیف پایین) برای مدل رخداد (سمت راست) و مدل مقادیر (سمت چپ)

توان درصدهای این توزیع را محاسبه نمود. باندهای رنگی نشان می‌دهد که چگونه درصدهای این توزیع بین سال‌های آماری تغییر می‌کند. اگر به عنوان مثال با بررسی نمودار تهیه شده برای فصل تابستان با فرض وجود متغیرهای اتمسفریک، براساس داده‌های مشاهداتی مشخص می‌شود

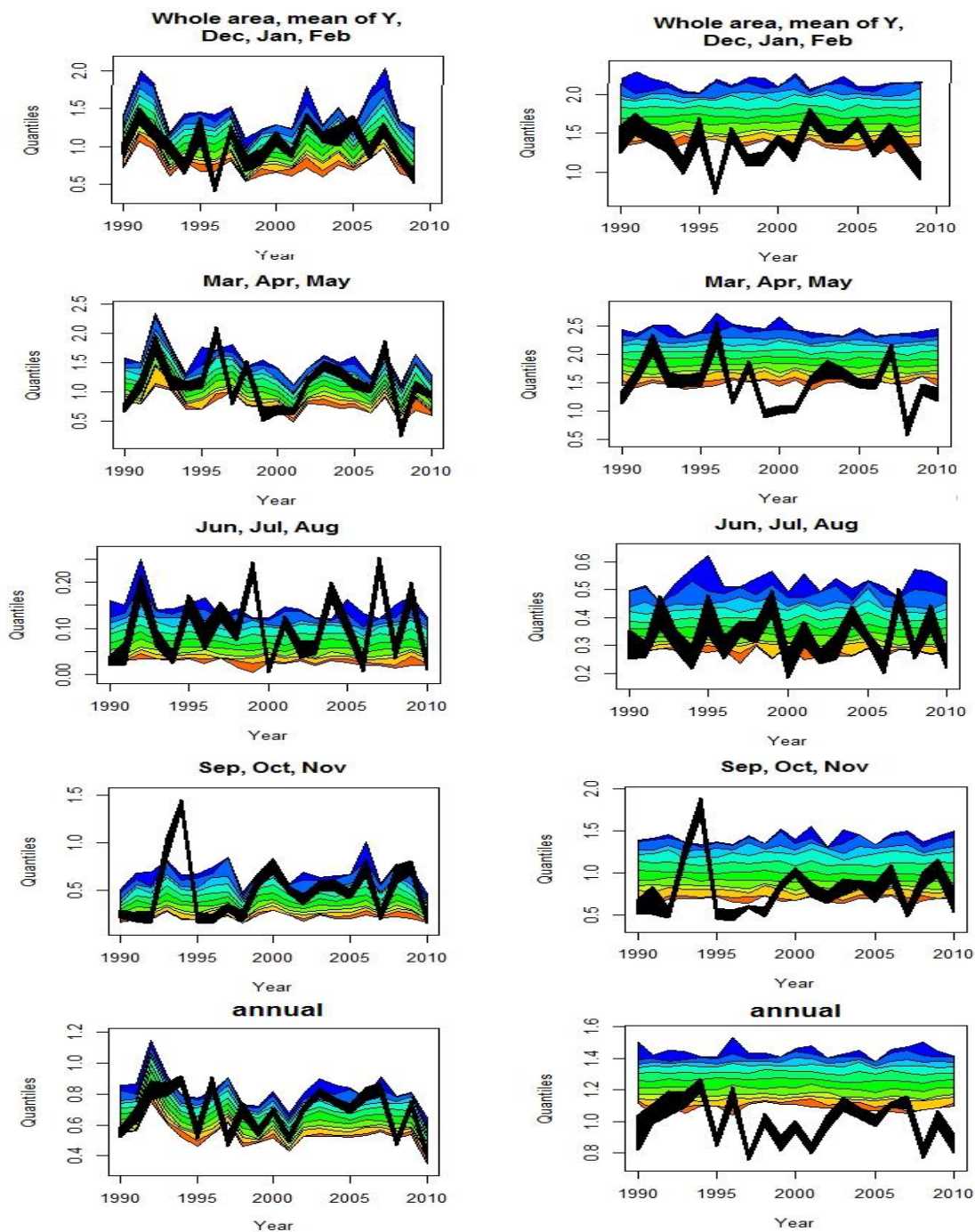
برای تهیه‌ی شکل ۴، ابتدا ۱۰۰ سری داده بارش در مقیاس ماهانه شبیه‌سازی شد سپس میانگین‌های بارش فصلی برای هر سال محاسبه می‌شود. بنابراین برای فصل تابستان ۱۰۰ مقدار میانگین به ازای هر سال وجود خواهد داشت. این ۱۰۰ مقدار توزیعی را شکل می‌دهد و بر همین اساس می-

مکانی آیا همچنان نوسانات سیستماتیک منطقه‌ای وجود دارد یا خیر.

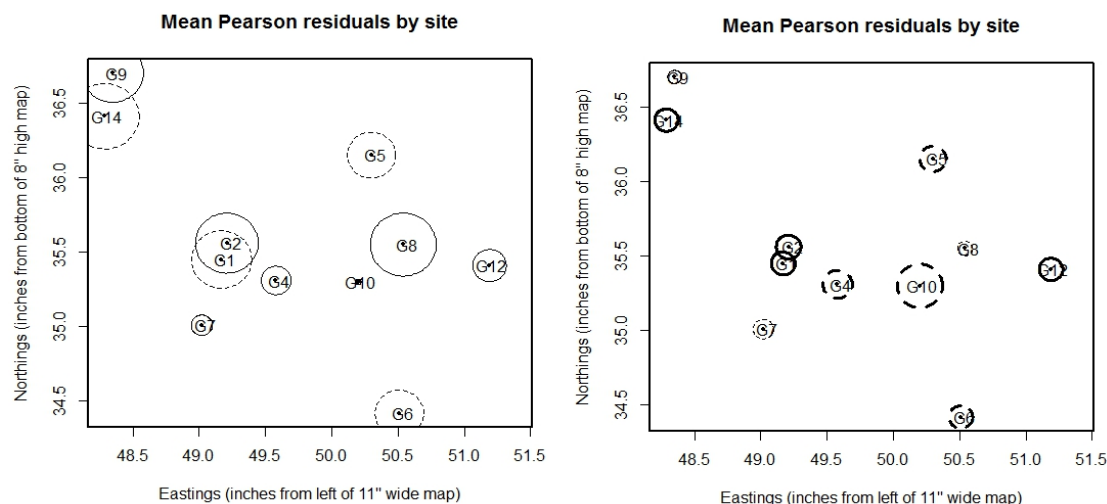
برای نشان دادن خطاهای حاصل از ساختار مکانی تعریف شده، میانگین باقی مانده‌های پیرسون در ایستگاه‌ها به ازای هر دو مدل رخداد و مقادیر در شکل ۵ رسم شده است. نقشه‌های حبابی، نمایشی از میزان خطای پیرسون مدل برازش داده شده به داده‌ها در هر ایستگاه (جدول ۱) است. در این شکل دایره‌های با خطوط پیوسته، ایستگاه‌هایی را نشان می‌دهد که میانگین خطای پیرسون در آنها مثبت (بیش برآورد) و خطوط مقطع نشان‌دهنده ایستگاه‌هایی است که میانگین خطای پیرسون در آنها منفی (کم برآورد) بوده است. بیش برآوردی در ایستگاه‌ها توسط مدل رخداد به این معناست که ابتدا مدل به داده‌ها برازش داده شده، سپس برای هر ایستگاه از طریق این مدل بارانی بودن یا نبودن پیش‌بینی شده است و تعداد روزهایی که توسط مدل بارانی پیش‌بینی شده است بیشتر از تعداد روزهایی است که در واقعیت بارانی بوده‌اند. به همین ترتیب منفی بودن میانگین خطاها نشان‌دهنده کم برآوردی در این ایستگاه‌ها توسط مدل است. همچنین هر چه دایره حول هر ایستگاه بزرگتر باشد میزان خطای برآورد در این ایستگاه بیشتر بوده است. تفسیر نتایج در مدل مقادیر هم به همین ترتیب می‌باشد. توزیع باقی مانده‌ها در هر دو مدل در منطقه، تصادفی بوده و فاقد ساختار سیستماتیک است که بیانگر آن است که برازش مدل توانسته تغییرات فضایی هر دو مدل رخداد و مقادیر را با دقت خوبی بیان کند. مقایسه‌ی توأم عملکرد دو مدل نشان می‌دهد که پیش‌برآوردی یا کم برآوردی مدل رخداد بارش ارتباط معناداری با پیش‌برآوردی یا کم برآوردی در مدل مقادیر ندارد.

که تابستان سال ۱۹۹۲ بارانی بوده است. همچنین در همین سال براساس باندهای رنگی می‌توان دریافت که مقدار بارش در حدود ۹۵ درصد توزیع شبیه سازی شده می‌باشد (قرار گرفتن باند سیاه رنگ - داده مشاهداتی - بین باندهای آبی روشن و آبی). اما باران تابستانی در سال ۲۰۰۶ در حدود ۵ درصد توزیع شبیه‌سازی شده در آن سال می‌باشد. در واقع قرار گرفتن باند سیاه رنگ مربوط به داده‌های مشاهداتی تکمیل شده در بین باندهای رنگی نشان دهنده‌ی آن است که داده‌های مشاهداتی می‌تواند یک مصداق از داده‌های شبیه‌سازی شده تلقی شود.

همانطور که پیش از این نیز اشاره شد، از طریق اضافه کردن آن دسته از متغیرهای مستقل (پیش‌بینی کننده‌هایی) که مقادیر آن‌ها به موقعیت مکانی وابسته است می‌توان تغییرات سیستماتیک منطقه‌ای مانند وابستگی میانگین بارش روزانه به مختصات جغرافیایی و یا ارتفاع ایستگاه‌ها را به مدل‌های خطی تعمیم یافته اضافه نمود. در حالت کلی، تغییرات سیستماتیک منطقه‌ای پیچیده است بنابراین برای جلوگیری از ارائه ساده پارامترها در مدل‌های ارائه شده در روابط (۱) و (۲)، در این مورد از روشی جایگزین (توابع متعامد؛ Chandler (2005) استفاده می‌شود (Kenabatho et al., 2012). این توابع اساساً توابعی از مقادیر متغیرهای مستقل هستند که شامل مولفه‌هایی همچون سری‌های فوریه یا چند جمله‌ای‌ها بوده و در واقع جایگزین مقادیر متغیرهای کمکی در بردارهای X و W می‌شود. حال با ترسیم مقادیر باقی مانده پیرسون به ازای هر ایستگاه در منطقه مطالعاتی می‌توان تشخیص داد که با وجود در نظر گرفتن این متغیرهای مستقل



شکل ۴- میانگین بارش فصلی و سالانه حاصل از برازش مدل بدون در نظر گرفتن متغیرهای خارجی (نمودارهای سمت راست) و با در نظر گرفتن آنها (نمودارهای سمت چپ). خط سیاه داده‌های مشاهداتی تکمیل شده (پهنای خط سیاه نشان دهنده عدم قطعیت ناشی از تکمیل استوکاستیکی داده‌های گمشده می‌باشد) و خطوط رنگی درصدهایی از داده‌های شبیه‌سازی شده را نشان می‌دهد.

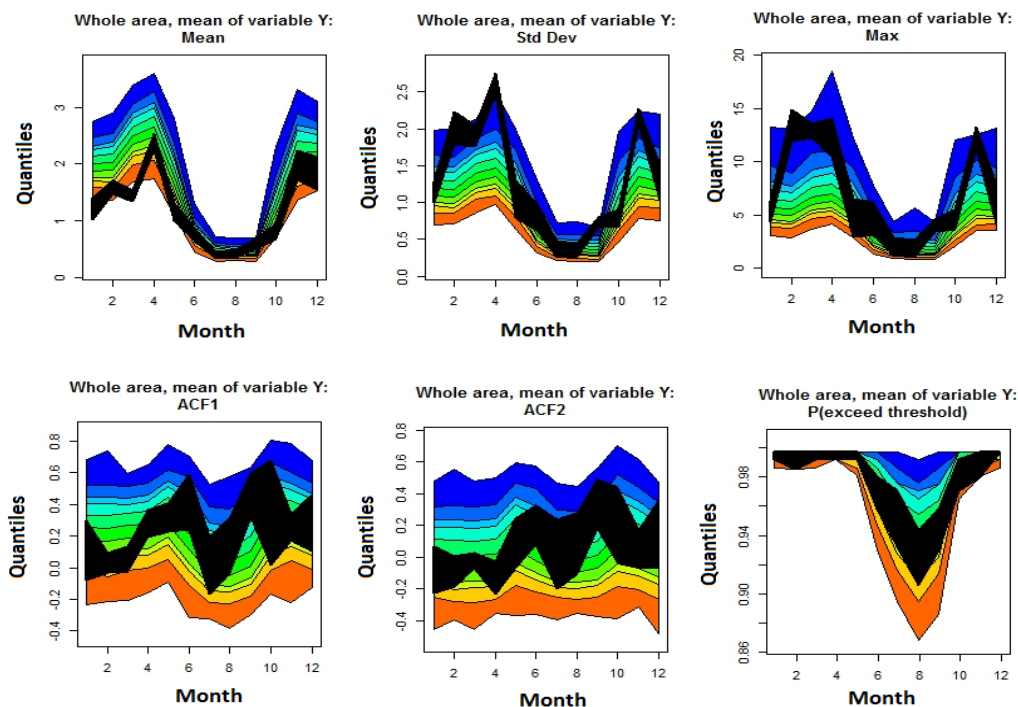


شکل ۵- میانگین باقی مانده‌های پیرسون برای مدل رخ داد (سمت راست) و مدل مقادیر (سمت چپ) به ازای داده‌های ورودی به مدل می‌باشد. اندازه دایره‌ها متناسب با میزان خطای پیرسون در هر ایستگاه است. خطوط پیوسته پیش برآورد و خطوط منقطع کم برآورد در مدل را نشان می‌دهد.

شامل پیش‌بینی کننده‌های خارجی می‌شود، در شکل ۶ نشان داده شده است. در این شکل، دامنه‌ی داده‌های مشاهداتی تکمیل شده در هر یک از آماره‌ها با خط سیاه و پهن نشان داده شده است. این دامنه با افزایش تعداد داده گمشده افزایش می‌یابد به عبارت دیگر هرچه پهنای این باند بیشتر باشد، عدم قطعیت ناشی از مقادیر تکمیل تصادفی داده‌های گمشده نیز بیشتر خواهد بود. باند رنگی نیز بیانگر درصدهایی از داده‌های شبیه‌سازی است. براساس شکل ۶ می‌توان استنباط می‌شود در حالت کلی نتایج مدل با ویژگی‌های بارش مشاهداتی سازگار است. همچنین سری زمانی داده‌های مشاهداتی و شبیه‌سازی شده، میانگین گیری شده به ازای تمام ایستگاه‌ها و در مقیاس فصلی در شکل ۴ ترسیم شده است. از شکل ۴ نتیجه می‌شود که در حالت کلی، با اضافه کردن متغیرهای اتمسفریک به مدل، داده‌های بارش مشاهداتی با دقت قابل قبول‌تری شبیه‌سازی شده است.

ارزیابی مدل‌ها براساس نتایج شبیه‌سازی

از مدل‌ها برای تکمیل داده‌های گمشده بارش برای دوره آماری ۲۰ سال و با استفاده از اطلاعات ۱۱ ایستگاه سینوپتیک (جدول ۱) استفاده شد. تعداد ۱۰ سری داده مشاهداتی تکمیل شده (بدون هیچ داده مفقود شده) برای دوره آماری ۱۹۹۱ تا ۲۰۱۰ و به ازای تمام ۱۱ ایستگاه استخراج و سپس ۱۰۰ سری داده‌های شبیه‌سازی برای همان دوره آماری تولید شد. تکمیل و شبیه‌سازی داده‌های بارش یک بار با برآزش مدل بدون در نظر گرفتن پیش‌بینی کننده‌های خارجی (میانگین دمای هوا و رطوبت نسبی) و بار دیگر با در نظر گرفتن آنها انجام شده است. در این مرحله آماره‌های داده-های روزانه شبیه‌سازی شده با داده‌های مشاهداتی تکمیل شده برای هر ماه از سال مقایسه شد. در تحلیل‌های آماری به مواردی همچون میانگین، انحراف استاندارد، حداکثر بارش روزانه، نسبت روزهای بارانی و تابع خودهمبستگی با گام یک و دو روز توجه شد. نتایج حاصل از میانگین-گیری سری‌های روزانه از تمام ایستگاه‌ها برای مدلی که



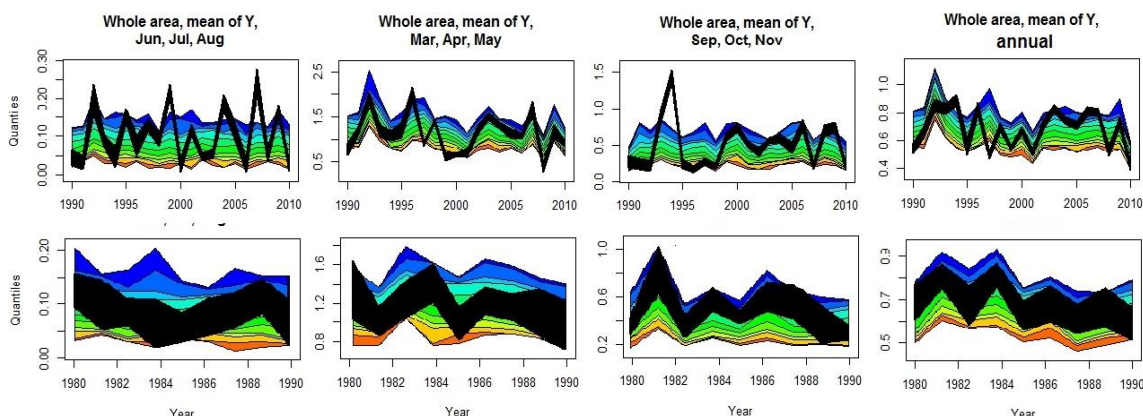
شکل ۶- تحلیل‌های آماری ماهانه از داده‌های ورودی ۱۱ ایستگاه با اعمال متغیر خارجی. خط پهن سیاه مربوط به داده‌های مشاهداتی است (پهنای باند بیان‌کننده عدم قطعیت مدل در تکمیل داده‌های گمشده است) باندهای رنگی درصدی از داده‌های شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.

مدل برازش داده شده، شبیه‌سازی بارش در ۳ ایستگاه G5، G12 و G14 برای دوره آماری ده ساله از سال ۱۹۸۱ تا سال ۱۹۹۰ که خارج از طول دوره آماری است که در برازش مدل استفاده شده است، انجام شد. انتخاب این ایستگاه‌ها براساس در دسترس بودن داده‌های بارش روزانه طی این دوره آماری صورت گرفته است. همچنین جهت صحت‌سنجی ساختار مکانی با انتخاب دوره آماری ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۰ در ایستگاه‌های G3، G11 و G13 که در برازش مدل وارد نشده بودند، داده‌های بارش روزانه شبیه‌سازی شدند. نتایج در شکل شماره ۷ ارائه شده است. بار دیگر با توجه به این نمودارها می‌توان دریافت که شبیه‌سازی داده‌های مشاهداتی توسط مدل خطی تعمیم یافته حتی در سال‌هایی که خشکسالی شدید بوده (مانند سال ۱۹۹۶) با دقت قابل قبولی انجام گرفته است.

در این حالت نیز عدم قطعیت بالاست اما داده‌های مشاهداتی تا حد خوبی در محدوده داده‌های شبیه‌سازی شده قرار می‌گیرد و نکته مهمتر این که، با اضافه کردن متغیرهای خارجی توزیع‌های شبیه‌سازی شده تا حد خوبی با داده‌های مشاهداتی مطابقت دارند. اگرچه دامنه‌ی عدم قطعیت در شکل‌های ۴ و ۶ نسبتاً پهن می‌باشد اما این نمودارها بازتاب دقیقی از عدم قطعیت را با توجه به داده‌های در دسترس را فراهم می‌کند و این امر در تصمیم‌گیری مدیران در برنامه‌ریزی منابع آب و آگاهی از میزان عدم قطعیت مفید است (Kenabatho et al., 2012).

آزمون‌های صحت‌سنجی مدل

به منظور بررسی بیشتر نتایج حاصل از مدل خطی تعمیم یافته برای حوضه آبریز شور، ساختار زمانی داده‌های مشاهداتی مورد صحت‌سنجی قرار گرفت. با استفاده از



شکل ۷- نمودارهای ردیف بالا نمایش دهنده ی بارش فصلی و سالیانه جهت صحت سنجی زمانی و به همین ترتیب نمودارهای ردیف پایین نمایانگر صحت سنجی مکانی مدل است. خط های سیاه پررنگ محدوده داده های مشاهداتی را بعد از تکمیل شدن توسط مدل نشان می دهد (فاصله بین دو خط، بیانگر عدم قطعیت ناشی از داده های گمشده است). مقیاس رنگی درصدهایی از داده های شبیه سازی را نشان می دهد (۵، ۱۰، ۲۵، ۵۰، ۷۵، ۹۰ و ۹۵ درصد).

به منظور شبیه سازی سری های تصادفی بارندگی براساس مجموعه ی محدودی از داده های بارش در طول دوره آماری ۲۰ سال از طریق کد نویسی در محیط زبان برنامه نویسی R استفاده شد. ابتدا با استفاده از رگرسیون لجستیک رخداد بارش مدل شبیه سازی گردید و برای شبیه سازی میزان بارش در هر روز بارانی از توزیع های گامی دو پارامتری استفاده شد. در حالت کلی مدل ها از ساختار ساده ای برخوردار هستند. فرآیند مدل سازی به مجموعه ای از پیش-بینی کننده های آماری و فیزیکی که با بارش ارتباط معنی داری دارند، نیاز دارد. ضرایب هریک از پیش بینی کننده های مذکور با استفاده از حداکثر درست نمایی و برخی از آزمون های ارزیابی دقت مدل، بهینه می شود. در واقع آزمون نسبت های درست نمایی در تشخیص سیگنال های (پیش بینی کننده های) ضعیف از هر آزمون دیگری قوی تر عمل می کند (Chandler and Bate, 2007). در میان ۱۶ سری داده اتمسفریک در مقیاس ماهانه و ۳ تراز جوی، تنها میانگین دمای هوا و رطوبت نسبی در سطح فشار ۷۰۰ میلی بار در مدل رخداد بارش معنادار شناخته شدند و هیچ یک از سیگنال های اقلیمی دیگر نتوانستند در بهبود برازش مدل موثر باشند. در هر دو مدل، اثرات مکانی از سایر پیش بینی کننده ها با اهمیت تر شناخته شد و اثرات بارش روزهای

خلاصه و جمع بندی

روش های شبیه سازی بارش، در مدل های مدیریت منابع آب نیز کاربرد دارند. قابلیت این مدل ها شامل تطویل داده های ثبت شده، بازسازی داده های گمشده در سری زمانی بارش و تحلیل ویژگی های بارش همچون تغییرپذیری اقلیم می-باشد. در مدل های خطی تعمیم یافته امکان یافتن روابط بین متغیرهای معنی دار در اقلیم یک منطقه وجود دارد. به دلیل کوتاه بودن سری زمانی داده های ثبت شده بارندگی، کیفیت پایین آنها و نیز تغییرپذیری نسبتاً زیاد زمانی و مکانی بارش در مناطق خشک و نیمه خشک اهمیت مدل خطی تعمیم یافته در این مناطق بیشتر احساس می شود. مدل خطی تعمیم یافته، در واقع توسعه رگرسیون خطی است به نحوی که بتوان برای توزیع های غیرخطی و غیر نرمال نیز به کار برده شود. هدف اصلی این مقاله سنجش اعتبار و کارایی مدل های خطی تعمیم یافته در شبیه سازی تصادفی بارش روزانه به-صورت هم زمان در شبکه ای از ایستگاه های سنجش بارندگی بسیار نامنظم و تراکم بسیار کم در یک منطقه ای نیمه خشک در ایران بوده است. همچنین در این مطالعه اهمیت عوامل خارجی در مدل سازی بارش نیز به طور جداگانه مورد بررسی قرار گرفت.

سایر مطالعات منابع آب از جمله مدل‌سازی بارش - رواناب استفاده کرد.

منابع

1. Anscombe, F., 1953, Contribution to the discussion of H. Hotelling's paper, *Journal of the Royal Statistical Society, B*, 229-230.
2. Burton, A., C. G. Kilsby, H. J. Fowler, P. S. P. Cowpertwait and P. E. O'Connell, 2008, RainSim: a spatial-temporal stochastic rainfall modeling system, *Environmental Modelling & Software*, NO 23, pp 1356-1369.
3. Chandler R. E., S. Bate, 2007, Inference for clustered data using the independence loglikelihood, *Biometrika*, NO 94, pp 167-183.
4. Chandler, R. E., 2014, RGLIMCLIM: Generalized Linear Modelling for daily climate time series (software and user guide), London Department of Statistical Science University College London.
5. Chandler, R. E., H. S. Wheater, 2002, Analysis of rainfall variability using generalized linear models: a case study from the west of Ireland, *Water Resour Research*, NO 10, pp 1-11.
6. Charles S. P., B. C. Bates and J. P. Hughes, 1999a, A spatiotemporal model for downscaling precipitation occurrence and amounts, *Journal of Geophysical Research*, NO 104, pp 31657-31669.
7. Coe, R., R. D. Stern, 1982, Fitting models to daily rainfall data, *Journal of Applied Meteorology*, NO 21, pp 1024-1031.
8. Davoudi Rad, A. A., A. A. Telvari, M. Arfian, 2007, Temporal distribution of rainfall in the catchment salt lakes, research and construction in natural resources, 74, pp 193-199 (In Persian).
9. Gahraman, B., E. Amini, 2015, Regime Shift in Parameters of Multi-Site Daily Rainfall Stochastically Generation. *Journal of Iran-Water Resources Research*, 11(2), pp 47-56 (In Persian).
10. George, J., J. Letha and P. G. Jairaj, 2016, Daily Rainfall Prediction using Generalized Linear Bivariate Model- A Case Study, *International Conference on Emerging Trends in Engineering, Science and Technology (ICETEST- 2015)*. *Procedia Technology*, NO 24, pp 31-38.

قبل و اثرات فصلی بعد از آن قرار گرفت. پارامتر وابستگی بین ایستگاهی در هر دو مدل رخداد و بارش وارد شد. براساس نتایج مدل‌سازی، همبستگی فضایی بین ایستگاه‌های منتخب بسیار کم برآورد شده است، از این رو می‌توان نتیجه گرفت اعمال ضرایب مربوطه تاثیر به سزایی در اجرای مدل نهایی نخواهد داشت.

با بکار بردن شبیه‌سازی مشروط بر روی داده‌های مشاهداتی، مقادیر گمشده در ۱۱ ایستگاه سینوپتیک در حوضه آبریز شور در ۱۰ مجموعه داده مشاهداتی تکمیل شده، شبیه‌سازی شد و خلاصه‌ای از آماره‌های مربوطه استخراج شد. تغییرپذیری هر یک از مجموعه داده‌های آماری نشان دهنده‌ی عدم قطعیت ناشی از داده‌های گمشده می‌باشد. سپس به منظور شبیه‌سازی دینامیک مدل فرآیند بارش، ۱۰۰ دور شبیه‌سازی‌های غیر مشروط بر روی تمام ایستگاه‌های منتخب برای دوره آماری ۱۹۹۱ تا ۲۰۱۰ انجام می‌شود. هر یک از شبیه‌سازی‌ها یک توزیع را برای هر تحلیل آماری مانند میانگین، انحراف استاندارد، نسبت روزهای بارانی و ... تولید می‌کند. اجرای شبیه‌سازی از طریق مقایسه‌ی ویژگی‌های توالی‌های شبیه‌سازی شده با داده‌های مشاهداتی ارزیابی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده آن است که در حالت کلی، نتایج مدل با ویژگی‌های بارش مشاهده شده مطابقت دارد. همچنین در صورتی که هر یک از مدل‌ها واقع‌بینانه و درست برآزش داده شده باشد مقادیر مشاهداتی باید مشابه با یک نمونه از ۱۰۰ مجموعه داده‌ی شبیه‌سازی شده باشد، که در این مطالعه با اضافه کردن متغیرهای خارجی به مدل این مهم تا حد خوبی محقق شد. با توجه موارد ذکر شده و نیز تحلیل‌های مربوط به باقیمانده‌های پیرسون و صحت سنجی زمانی و مکانی مدل نهایی، می‌توان این‌طور نتیجه‌گیری نمود که در حالت کلی ساختار فصلی، سالیانه و فضایی بارش علی‌رغم داده‌های مشاهداتی پراکنده و نیز وجود داده‌های گمشده در بین سال‌های آماری در حوضه مطالعاتی با دقت خوبی مدل شده است، نتایج امید بخش بوده و می‌توان از مدل‌های خطی تعمیم یافته در مناطق خشک و نیمه خشک جهت تکمیل دوره آماری بارش و نیز استفاده از بارش روزانه‌ی شبیه‌سازی شده در

11. Ghasdi, T., N. Ghahreman and M. Ghamghami, 2016, Comparison of Skill of Two Spatial- temporal Approaches of Daily Rainfall Simulation Across Iran, Iran- Water Resources Reserch, NO 1, pp 158–170 (In Persian).
12. Kenabatho, P. K., N. R. McIntyre, R. E. Chandler and H. S. Wheeler, 2012, Stochastic simulation of rainfall in the semi-arid Limpopo basin, Botswana. International Journal of Climatology, NO 32, pp 1113–1127.
13. Kigobe, M., N. McIntyre, H. S. Wheeler and R. E. Chandler, 2011, Multi-site stochastic modelling of daily rainfall in Uganda, Hydrological Sciences Journal, NO 1, pp 17-33.
14. Leith, N., 2005, Using GLMs to simulate daily rainfall under scenarios of climate change, FD2113 project report, NO 2, pp 1-36.
15. McCullagh, P., J. A. Nelder, 1989, Generalized Linear Models, 2nd edn, Chapman and Hall, New York, 532 pages.
16. Mehrotra, R., A. Sharma, 2007, A semi-parametric model for stochastic generation of multi-site daily rainfall exhibiting low-frequency variability. Journal of Hydrology, NO 335, pp 180–193.
17. Mirshahi, B., 2010, Hydrological modelling in data-sparsesnow-affected semiarid areas, PhD Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Imperial College, London.
18. Segond, M. L., C. Onof and H. S. Wheeler, 2006, Spatial-temporal disaggregation of daily rainfall from a generalized linear model, Journal of Hydrology, NO 331, pp 674–689.
19. Stern, R. D., R. Coe, 1984, A model fitting analysis of daily rainfall data. Journal of Royal Statistical Society, NO 1, pp 1–34.
20. Yang, C., R. E. Chandler, V. S. Isham and H. S. Wheeler, 2005, Spatial- temporal rainfall simulation using generalized linear models, Water Resour Research, NO 41, pp 1-13.
21. Zakeri Niri, M., 2017 Prediction of the Daily Rainfall at Ungaged Regions Applying the Spatio- Temporal Neyman- Scott Rectangular pulses Method (Case Study: The Walnut Gulch Watershed), Water Engineering, 9(31), pp 91–102 (In Persian).