

الگوی تغییرات اقلیمی توام دما و بارش سالیانه شهر ایلام با تابع مفصل

حکیم بکری زاده^{۱*}، نادر شوهانی^۲

۱- استادیار، گروه آمار، دانشگاه پیام نور، تهران.

۲- دانشیار، گروه جغرافیا، دانشگاه پیام نور، تهران.

چکیده

تغییرات اقلیمی به عنوان یک پدیده طبیعی، معمولاً پدیده‌هایی چند متغیره هستند که تحت تاثیر عوامل مختلف بوده و از نوعی ناهمگنی برخوردارند. بررسی این پدیده‌ها به صورت جامع و واحد و همگن به ویژه در حالت چند متغیره می‌تواند به نتایج کاملاً گمراه کننده‌ای منجر شود. از این رو، توزیع احتمالاتی داده‌های تصادفی چند متغیره در مقایسه با حالت یک متغیره آنها به دلیل وابستگی غیرخطی بین متغیرهای تصادفی، پیچیده‌تر است. یکی از روش‌های حل این مشکل استفاده از توابع مفصل می‌باشد که در این مقاله، با استفاده از توابع مفصل، یک الگوی تحلیلی توام بین دما و بارش در پیش بینی تغییرات اقلیمی شهر ایلام ارائه گردید. نتایج نشان داد که عملکرد توابع مفصل نزدیک به هم بوده و از بین توابع مفصل مورد بررسی، مفصل گامیل-بارنت قابلیت مدل سازی وابستگی بارش و دمای ایستگاه ایلام مناسبتر بود. این نتایج بر اساس مقایسه‌ی اندازه‌های وابستگی بین داده‌های اصلی و داده‌های شبیه‌سازی شده برای ۱۰۰۰ نمونه نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

کلید واژه‌ها: دما، بارش، شهر ایلام، تابع مفصل.

مقدمه

تغییر اقلیم، در مقیاس جهانی، شامل تخریب لایه ازن، ذوب یخچالها، بالا آمدن سطح اقیانوس ها، و تغییر در اکوسیستم ها، به دلیل تغییر میزان دما و بارش، است. آثار تغییر اقلیم در سطح حوزه آبخیز بر تولیدات کشاورزی، وقوع سیلاب ها، خشکسالیها، تغییر الگوی مصرف آب، جریان آب رودخانه ها، انرژی هیدروالکتریکی، و ... است. افزایش دمای سطح زمین و تغییر مقدار بارش باعث وقوع سیل در بعضی مناطق و خشکسالی در مناطق دیگر می شود، زیرا تغییر طولانی در چرخه هیدرولوژیکی، به علت افزایش دما تبخیر بیشتر، ذوب یخ ها، و بارش های با شدت بیشتر، به وقوع سیلابهای بیشتر منجر می شود. در پی تغییر اقلیم و گرم شدن زمین خشکسالی نیز بیشتر خواهد شد (عساکره و فرجزاده، 2023). متوسط دمای سطح زمین در طی قرن بیستم در حدود 0/6 درجه سانتیگراد افزایش یافته و در بسیاری از مناطق گرم شدن معنی دار هوا در طی پنجاه سال اخیر تجربه شده است (نست و همکاران، 2019). در همین خصوص شواهدی وجود دارد که نشان می دهد آسیب پذیرتر است. همچنین، حوضه آمازون برزیل در مقایسه با قسمتهای جنوبی آن که در آب و هوای معتدل قرار دارند ممکن است از تغییرات آب و هوایی (به دلیل جنگل زدایی و بیابان زایی) بیشتر متأثر شده و آسیب بیشتری ببیند (عبدالظاهر و همکاران، 2020). در پژوهش مونترسو-ریواس و همکران (2018) در بررسی تغییر دماهای حداقل و حداکثر روزانه در امریکای جنوبی نشان دادند که در شاخصهای بر اساس دمای حداکثر سالانه تغییرات ثابتی وجود ندارد، در حالی که روند معنی داری در شاخص های حداقل دمای روزانه دیده می شود. در مطالعه تغییرات مکانی و زمانی بارش سالانه و حداکثر 24 ساعته در ایران مشخص شد بارش سالانه در 67 درصد ایستگاه ها کاهش یافته، در صورتی که حداکثر بارش 24 ساعته در 50 درصد ایستگاه ها افزایش یافته است (علیزاده چوب بری و همکاران، 2016). در مناطق مختلف دنیا، مطالعات زیادی درباره تغییر اقلیم انجام شده که نتایج آنها نشان می دهد در بین متغیرهای اقلیمی، بارش و دما در تغییرات اقلیمی از اهمیت بسزایی برخوردارند و شبیه سازی دقیق بارش و دما در مطالعات هواشناسی و کشاورزی از اهمیت زیادی برخوردار است (راجی وان و همکاران، 2008؛ آلدریان و سوسانتو، 2013؛ هوانگ و همکاران 2016). مطالعات اقلیمی نشان داده اند دما و تغییرات آن، در مکانهای

مختلف و در طول زمان، اساسی ترین عامل تحولات تغییر اقلیمی است. گرمای اتمسفر بطور مستقیم یا غیرمستقیم از تابشهای خورشیدی تامین می گردد. مهمترین تغییرات زمانی دما در هر نقطه زمین تغییرات شبانه روزی و فصلی است. همچنین، بارش با دو مکانیزم عمده موجب تغییرات اقلیمی هر منطقه می شود. در ابتدا، باران با ناپایداری جوی و وزش باد همراه است. ناپایداری جوی و اغتشاش در اتمسفر موجب کاهش تمامی آلاینده ها به واسطه فرآیندهای انتقال جرم (جابجایی و نفوذ) می شود. به لحاظ مکانی همبستگی قابل توجهی بین بارش و دما در نواحی گرمسیری وجود دارد. برای محاسبه همبستگی درونی بارش و دما لازم است تا روشهای احتمالاتی چندمتغیره مورد استفاده قرار گیرند. در گذشته بکارگیری توابع احتمالاتی چندمتغیره محدود به توزیع نرمال چندمتغیره و یا ترکیبات آن بود (ویلکس، 2011). همچنین اغلب متغیرهای اقلیمی نظیر بارش، رطوبت، سرعت باد و دما از توزیع های آماری دارای چولگی تبعیت می کنند. حال سوال اساسی این است که با متغیرهایی از این دست که از توزیع نرمال چندمتغیره تبعیت نمی کنند، چگونه باید رفتار کرد؟ یک روش مناسب در این خصوص استفاده از توابع مفصل می باشد. از جمله مزیت های توابع مفصل، مدل سازی داده های وابسته با توزیع های کناری مناسب و ساختار وابستگی سازگار با داده ها می باشد. در بسیاری از مسائل کاربردی تشخیص مدل مناسب برای توزیع احتمالی تغییرات اقلیمی از اهمیت ویژه ای برخوردار است. زیرا تغییرات اقلیمی به عنوان یک پدیده طبیعی، معمولاً پدیده هایی چند متغیره هستند که تحت تاثیر عوامل مختلف بوده و از نوعی ناهمگنی برخوردارند. بررسی این پدیده ها به صورت جامع و واحد و همگن خصوصاً در حالت چند متغیره می تواند به نتایج کاملاً گمراه کننده ای منجر شود. به طور کلی توزیع احتمالاتی داده های تصادفی چند متغیره در مقایسه با حالت یک متغیره آنها به دلیل وابستگی غیرخطی بین متغیرهای تصادفی، پیچیده تر است. یکی از روش های حل این مشکل استفاده از توابع مفصل می باشد که در سال های اخیر بیشتر مورد توجه محققین بوده است. کاربرد و استفاده از تابع مفصل به دلیل انعطاف پذیری بالای آن ابزار بسیار مفیدی در اغلب زمینه های علمی از جمله پزشکی، کشاورزی، هواشناسی، بازاریابی، مدیریت و غیره دارد. نظریه مربوط به توابع مفصل به عنوان زیربنای این علم توسط اسکالار (1959) ارائه شده

بارش‌های حدی، ارتباط بین سه مشخصه بارش شامل عمق بحرانی، عمق کل واقعی و شدت حداکثر بارش‌های نیم‌ساعته ۱۰ ایستگاه باران‌سنجی در اومبریا (ایتالیا) از ۱۹۹۵ تا ۲۰۰۱ را بوسیله یک مفصل سه بعدی بررسی کردند. سرینالدی (۲۰۱۸) نیز در مطالعه‌ای دیگر به بررسی همبستگی مکانی متغیر بارش پرداخت و عملکرد توابع مفصل را در این خصوص مناسب و قابل قبول گزارش نمود. فاور و همکاران (۲۰۱۹) مفصل‌ها را برای تحلیل فراوانی سیلاب برای دو حوضه در کبک کانادا بکار بردند. ریسک سیلاب ترکیبی چندین حوضه و توزیع توأم جریان‌های حداکثر و حجم مورد بحث قرار گرفت. دو خانواده از مفصل‌های ارشمیدسی (فرانک و کلاتون)، مفصل‌های مستقل و فارلی گامبل مورگنسترن مورد بررسی قرار گرفتند. همچنین، نشان دادند که احتمال شرطی حجم‌های سیلاب، زمانی که با نتایج تک متغیره مقایسه می‌شود، کاملاً متفاوت است. بنابراین، وقتی که رفتار توأم در نظر گرفته می‌شود، دوره‌های بازگشت سیلاب‌های طراحی متفاوت خواهند بود. شیائو (۲۰۲۰) توزیع توأم مدت و شدت خشکسالی‌های یک ایستگاه باران‌سنجی در واشنتو (تایوان) تعریف شده با شاخص بارش استاندارد (SPI) را با استفاده از مفصل‌های دوبعدی مدل سازی کرد. توزیع فراوانی مدت و شدت خشکسالی به ترتیب نمایی و گاما فرض شدند. شیائو (۲۰۲۰) هفت نوع مفصل شامل مفصل‌های علی میخائیل حق، کلاتون، فارلی گامبل مورگنسترن، فرانک، گالامبوس، گامبل هوگارد و پلاکت را برای ایجاد توزیع دومتغیره شدت و مدت خشکسالی مورد بررسی قرار داد و نتیجه گرفت که مناسب‌ترین مفصل برای تحلیل دومتغیره شدت و مدت خشکسالی در ایستگاه مورد مطالعه مفصل گالامبوس می‌باشد. سانگ و سینگ (۲۰۱۰) برای تحلیل فراوانی خشکسالی داده‌های بارش ماهانه یک ایستگاه باران‌سنجی در تکراس، ایالات متحده از مفصل‌های دوبعدی استفاده نمودند. بدین منظور، آن‌ها چندین مفصل نیمه بیضوی و مفصل‌های گامبل هوگارد، علی میخائیل حق، فرانک و کلاتون برای تعیین بهترین مفصل مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها سه مشخصه خشکسالی شامل شدت، مدت و زمان بین آغاز دو خشکسالی را بر اساس نظریه ران تعیین و به صورت دو به دو با انواع توابع مفصل مدل سازی کردند. آقاکوچک و همکاران (۲۰۱۰) از توابع مفصل نوع بیضوی به منظور شبیه‌سازی همبستگی مکانی بارش استفاده کردند و

است. توابع مفصل ابزاری قوی برای ساخت توابع توزیع چندمتغیره براساس توابع توزیع حاشیه‌ای یک بعدی می‌باشند. در واقع، توابع مفصل نوع و چگونگی ارتباط بین متغیرها را نشان می‌دهند. همچنین، توابع مفصل ویژگی‌های ناپارامتری بودن و وابستگی توابع توزیع متغیرهای تصادفی را به خوبی بیان می‌کنند. به علاوه، از توابع مفصل می‌توان در مسائل اندازه‌گیری ریسک استفاده کرد. زیرا، در مسائل کمی ریسک، ساختار وابستگی نقشی مهم ایفا می‌کند و با آگاهی از ساختار وابستگی می‌توان یک اندازه ریسک را به کمک تابع مفصل به دست آورد.

فرض استقلال متغیرها یکی از فرض‌هایی است که اغلب در مسائل و مدل‌های آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد که بیشتر برای راحتی محاسبات نظری در نظر گرفته می‌شود. اما علوم جدید و تکنولوژی روز در برخورد با مسائل طبیعی به این نتیجه رسیده است که براساس این فرض، نمی‌توان بسیاری از پدیده‌ها مدل سازی شود. بلکه برای تحلیل پدیده‌های مرتبط با عامل‌های وابسته باید ابزارهایی برای اندازه‌گیری وابستگی آنها نیز در نظر گرفته شود. در این راستا، توابع مفصل می‌توانند ساختار وابستگی بین متغیرها را به صورت یک مدل نشان دهند و علاوه بر آن بستری فراهم نمایند که براساس آن بتوان رابطه بین متغیرها را بیان کرد. از آنجائیکه، اکثر مدل‌بندی‌های آماری براساس فرض استقلال بین داده‌ها انجام می‌پذیرد و می‌دانیم کلاس بزرگی از این مدل‌بندی‌ها در این طبقه‌بندی جایی ندارند، چنین مدل‌بندی‌هایی براساس فرض عدم استقلال بین داده‌ها شکل می‌گیرند. برای رسیدن به چنین هدفی، ضرایب وابستگی براساس توابع مفصل توسط نلسن (۲۰۰۶) ارائه گردیده است.

با این وجود دامنه مطالعات انجام شده با استفاده از توابع مفصل در علوم مختلف از جمله هیدرولوژی محدود می‌باشد و بیشتر مطالعات به یک دهه اخیر باز می‌گردد. دی میکله و سالوادوری (۲۰۱۳) برای تحلیل فراوانی بارش از داده‌های بارش ساعتی ۷ سال (۹۶-۱۹۹۰) دو ایستگاه باران‌سنجی در لاپرسا (ایتالیا) در ایجاد یک مدل دومتغیره برای رگبارها استفاده نمودند که در آن توزیع پاراتوی تعمیم یافته برای توصیف حاشیه‌های شدت و مدت رگبار انتخاب گردید و خانواده فرانک از مفصل‌های ارشمیدسی برای مدل سازی ساختار وابستگی بین مدت و شدت متوسط بارش بکار گرفته شد. گریمالدی و سرینالدی (۲۰۱۶) به منظور مطالعه رفتار

پژوهشی تغییر پذیری اقلیم و قابلیت پیش بینی معرفی شده است. لذا، تغییر اقلیم واقعی است که در بیشتر مناطق ایران و از جمله استان ایلام در حال وقوع است. افزایش گازهای گلخانه‌ای به‌طور در این راستا در مطالعه حاضر، با تاکید بر عناصر اقلیمی دما و بارش سالیانه در شهر ایلام در بین سالهای ۱۳۶۶ تا ۱۴۰۰ با بکارگیری توابع مفصل، تغییرات اقلیمی مدل‌سازی می‌شود. بدین صورت که ابتدا توزیع های تک متغیره مناسب برای بارش و دما در استان ایلام بر مبنای آزمون کولموگروف اسمیرنوف انتخاب و سپس با استفاده از توابع مفصل براساس معیارهای مختلف آماری از جمله ضرایب همبستگی، آکاییک، و غیره جهت بررسی عملکرد توابع مفصل به ارزیابی و انتخاب یک مدل احتمالی بین دما و بارش در جهت تغییرات اقلیمی در شهر ایلام پرداخته می‌شود.

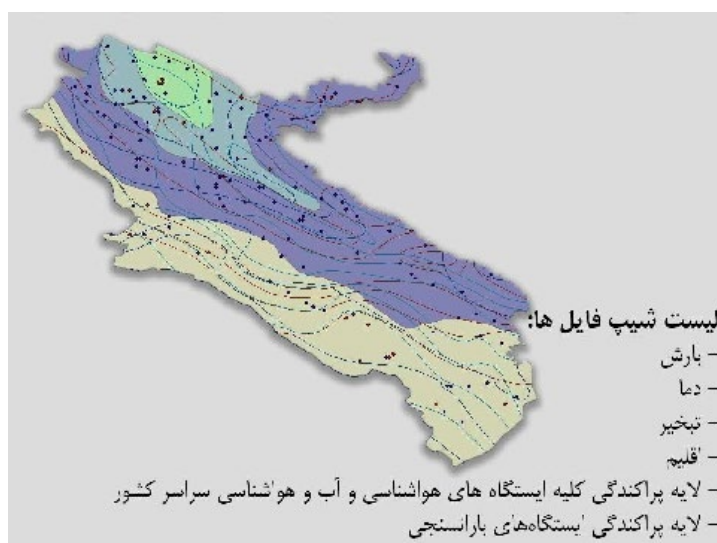
مواد و روش ها

محدوده مطالعاتی و داده های مورد استفاده

ایلام از نظر شرایط اقلیمی جزء مناطق گرمسیر کشور محسوب می‌شود، ولی بعلت وجود ارتفاعات، اختلاف درجه حرارت و بارندگی در بخشهای شمالی، جنوبی و غربی آن زیاد است بطوریکه می‌توان از نظر اقلیمی، مناطق سه گانه سردسیری، گرمسیری و معتدل را در این استان بخوبی مشاهده نمود. سیستمهای جوی مختلفی استان ایلام را تحت تاثیر قرار می‌دهند که باعث بارشهای فصول پائیز، زمستان، بهار و گاهاً در تابستان می‌شوند (شکل ۱).

دریافتند که استفاده از تابع مفصل t در مقایسه با تابع گاوسی عملکرد قابل قبول تری جهت شبیه سازی بارش های حدی دارد. لاکس و همکاران (۲۰۱۱) با بکارگیری تابع مفصل کلاسیون به بررسی توزیع دومتغیره شدت و مدت خشکسالی پرداختند. میرعباسی و همکاران (۲۰۱۲) از توابع مفصل برای تحلیل فراوانی خشکسالی در ایستگاه شرفخانه در شمال غربی ایران استفاده کردند و تابع مفصل گالامبوس را به عنوان مفصل مناسب جهت مدل سازی شدت و مدت خشکسالی در این ایستگاه معرفی نمودند.

بنابراین، مطالعه تغییرپذیری و تغییر رفتار رویدادهای حدی اقلیمی مهم می باشد که برای بررسی رویدادهای حدی، شاخصهای اقلیمی عمده گاز دی‌اکسید کربن، افزایش دما و نوسانات بارش از مؤلفه‌های تغییر اقلیم می‌باشند که عملکرد محصولات زراعی و در مجموع تولید در بخش کشاورزی استان ایلام را در آینده دستخوش تغییرات زیادی خواهد کرد. با توجه به ارقام و گونه‌های گیاهی در استان ایلام، شناخت تأثیرات تغییر اقلیم بر گیاهان زراعی و تأثیر آن‌ها بر عملکرد محصول و همچنین شناسایی راهکارهای سازگاری با این پدیده از لحاظ مسائل مصرف، آب تولید و تأمین امنیت غذایی کشور حائز اهمیت است. زیرا، در میان روش‌های سازگاری با تغییر اقلیم تغییرات در نوع محصول و الگوی کشت و تولید یا ایجاد ارقام محتمل به تنش‌های محیطی خشکی، شوری، گرما - (حرارتی) نقش مهمی ایفا می‌کند. حدی برای داده های سطح زمین به وسیله گروه کاری آشکارسازی تغییر اقلیم سازمان هواشناسی جهانی و کمیته اقلیم شناسی و برنامه



شکل ۱- نقشه GIS داده های اقلیمی استان ایلام

اگر متغیرهای تصادفی پیوسته X و Y به ترتیب دارای تابع چگالی $f_X(x)$ و $g_Y(y)$ و تابع توزیع $F_X(x)$ و $G_Y(y)$ باشند، آنگاه تابع چگالی توأم برای دو متغیر تصادفی به صورت

$$h_{X,Y}(x,y) = c(F_X(x), G_Y(y)) f_X(x) g_Y(y)$$

است، که در آن تابع C تابع چگالی توأم تابع مفصل C است که از رابطه زیر بدست آمده است.

$$c(u,v) = \frac{\partial^2}{\partial u \partial v} C(u,v)$$

در جدول (۱) برخی از توابع مفصل که در این مطالعه برای مدل‌بندی تغییرات اقلیمی شهر ایلام به کار می‌ورند معرفی شده‌اند.

یکی از ویژگی‌های مفید تابع مفصل، بیان اندازه‌های وابستگی بین متغیرها بر حسب تابع مفصل می‌باشد، که در این بخش به معرفی اندازه‌های وابستگی بر حسب تابع مفصل پرداخته می‌شود.

ضریب همبستگی پیرسن (ρ) یکی از مهمترین معیارهای اندازه‌گیری ارتباط خطی بین متغیرها است و برای دو متغیر تصادفی غیر صفر X و Y با واریانس متناهی به صورت

$$\rho = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}}$$

تعریف می‌شود. نلسن (2006)، ضریب ρ را بر حسب تابع مفصل و توابع توزیع حاشیه‌ای به فرم

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}} \times \int_0^1 \int_0^1 [C(u,v) - uv] dF_X^{-1}(u) dG_Y^{-1}(v)$$

بیان کرد. رابطه (۱) نشان می‌دهد ضریب ρ علاوه بر تابع مفصل به توابع توزیع حاشیه‌ای متغیرها نیز وابسته است. بنابراین، در صورت وجود توابع توزیع X و Y می‌توان ضریب ρ را بر حسب تابع مفصل بیان کرد. طبق تحقیقات امبرشت و همکاران (۲۰۰۸)، ضریب همبستگی معمولی همیشه برای اندازه‌گیری میزان وابستگی صحیح در بازارهای مالی مناسب نیست. به عنوان مثال، ضریب ρ بنا به دلایل زیر اغلب به عنوان یک اندازه وابستگی، خوب عمل نمی‌کند، زیرا؛ وابستگی‌های خطی را اندازه می‌گیرد، تحت تغییرات حاشیه‌ای پایا نیست و تحت تاثیر وجود داده‌های پرت قرار می‌گیرد. پس ایجاب می‌کند، اندازه‌های دیگری از ضرایب وابستگی مورد بررسی و مطالعه قرار گیرد.

توده هوای غربی از دریای مدیترانه و دریای سیاه باعث بارندگیهای پاییزی و زمستانی در استان می‌شوند و جریانات سودانی و دریای سرخ و صحرای عربستان نیز در بارشهای زمستانی و بهاری مؤثرند و در تابستان سبب گرم شدن هوا می‌شوند. دشتهای وسیع در کشور عراق در تابستان باعث ایجاد سلول کم فشار حرارتی با دمای زیاد و رطوبت کم می‌شوند همچنین توده های شمالی را که از مناطق سیبری کشور ما را تحت نفوذ قرار می دهند باعث کاهش دما و یخبندان در مناطق شمالی استان می‌شوند (شهسوار زاده، 2012). براساس اطلاعات و آمار ثبت شده در ایستگاه سینوپتیک ایلام حداکثر مطلق درجه حرارت ۴۰/۶ درجه سانتی گراد و حداقل مطلق درجه حرارت ۱۲/۶- درجه سانتی گراد بوده و متوسط بارندگی سالانه این ایستگاه ۵۹۵ میلی متری باشد تعداد روزهای یخبندان شهر ایلام به ۲۷ روز در سال می‌رسد. در طول سال‌های ۱۳۵۸ تا ۱۳۸۸، در ایستگاه دهلران حداکثر مطلق درجه حرارت ۵۰/۸ درجه سانتی گراد و حداقل مطلق درجه حرارت ۰/۴- درجه سانتی گراد ثبت شده است مقدار متوسط بارندگی سالانه ایستگاه دهلران ۳۱۸/۳ میلی متر می‌باشد. روند بارندگی استان به گونه ای است که حدود ۵۰٪ بارندگی در فصل زمستان ۲۰٪ در فصل بهار و ۲۹٪ در فصل پاییز و ۱٪ در فصل تابستان ریزش می‌کند (سیمای آب و هوا، اقلیم و منابع آب استان ایلام، 2011). بارندگی سالانه فراوان از یکسو و نقش استان به عنوان زهکش آبهای سطحی سلسله جبال زاگرس از سوی دیگر، موجب پیدایش رودخانه های زیادی شده است. در این مطالعه از داده های بارش و میانگین دمای ماهانه شهر ایلام در خلال سالهای ۱۳۶۶ تا ۱۴۰۰ استفاده شد.

توابع مفصل

اسکلار (۱۹۵۹) نشان داد در صورتی که توابع حاشیه‌ای تک متغیره در دسترس باشند، می‌توان از توابع مفصل به عنوان ابزاری مفید برای دستیابی به توزیع‌های چند متغیره استفاده کرد، بدین صورت که فرض کنید تابع توزیع توأم متغیرهای تصادفی X و Y با توابع توزیع حاشیه‌ای F_X و G_Y باشد. در این صورت تابع مفصلی مانند C وجود دارد به طوری که برای هر X و Y ؛

$$H(x,y) = C(F_X(x), G_Y(y))$$

اسکلار (۱۹۵۹) نشان داد اگر F_X و G_Y به طور مطلق پیوسته باشند، آنگاه تابع مفصل یکتاست.

فرض کنید (X, Y) یک بردار تصادفی با تابع مفصل C باشد. آنگاه، ضریب وابستگی اسپیرمن (ρ_S) برحسب تابع مفصل C نیز به صورت زیر است:

$$\rho_S = 12 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) du dv - 3$$

فرض کنید (X, Y) یک بردار تصادفی با تابع مفصل C باشد. آنگاه، ضریب وابستگی کندال (τ_k) برحسب تابع مفصل C به صورت زیر می باشد:

$$\tau_k = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) dC(u, v) - 1$$

جدول ۱: برخی از توابع مفصل

دامنه پارامتر	فرم تابع	تابع مفصل
$\theta \in [-1, 1]$	$C(u, v) = uv[1 + \theta(1-u)(1-v)]$	فارلی-گامبل-مورگنسترن (FGM)
$\beta > 0$	$C(u, v) = [u^{-\beta} + v^{-\beta} - 1]^{-\frac{1}{\beta}}$	کلایتون (Clayton)
$\beta \leq 1$	$C(u, v) = uv e^{-\beta \ln(u) \ln(v)}$	گامبل-بارنت (GB)
$\eta \in [-1, 1]$	$C(u, v) = \frac{uv}{1 - \eta(1-u)(1-v)}$	علی-میخائیل-حق (AMH)
$\sigma \in [-1, 1]$	$C(u, v) = uv e^{\sigma(1-u)(1-v)}$	کیلوگلیو-کوراداس (GC)

ماه‌یانه ثبت شده شهرهای استان ایلام در طول سالهای ۱۳۶۶ تا ۱۴۰۰، داده های دما و بارش ماه‌یانه شهر ایلام در طول سالهای ۱۳۶۶ تا ۱۴۰۰ مورد تحلیل قرار گرفت.

جدول (۲) نشان می دهد که میانگین دمای سالیانه ای ایستگاه ایلام در دوره ای آماری اقلیم یاد شده برابر با ۱۶/۵۹ درجه سانتیگراد بوده است و مقادیر حداقل و حداکثر آن مربوط به ماههای فروردین و آبان با میزان ۴/۵۰ و ۲۹/۴۱ و بیشترین تغییرات دمای هوا برای ماه خرداد ۱۰/۵۰ درجه بوده است. همچنین، مجموع بارش سالانه ایستگاه ایلام در طول دوره ای اقلیم یاد شده برابر با ۴۸۴/۱۲ میلی متر بوده است. مقادیر حداقل و حداکثر بارش مربوط به ماههای مهر و فروردین با مقادیر ۰/۲۱ و ۱۲۰/۴ بوده است.

جدول (۳) نتایج تحلیل های وابستگی بین دما و بارش ماه‌یانه شهر ایلام را در بین سالهای ۱۳۶۶ تا ۱۴۰۰ نشان می دهد. با بررسی جدول (۳) می توان دید که در اغلب ماه های سال روند ضریب همبستگی و ضریب کندال مشابه است و با توجه به وجود چولگی و رابطه غیرخطی بین دما و بارش در ایستگاه شهر ایلام ضریب کندال ضریب مناسب تری جهت بررسی میزان همبستگی بین داده ها می باشد. در اغلب ماه ها همبستگی بین بارش و دما در ایستگاه ایلام منفی می باشد و بیشترین میزان وابستگی مربوط به خرداد ماه معادل ۰/۶۴- می باشد.

روش شبیه سازی

در این مطالعه با استفاده از روش شبیه سازی، توابع مفصل در جدول (۳) را برای مدل بندی وابستگی اطلاعات مورد استفاده قرار می گیرد. این ارزیابی بر اساس مقایسه ای اندازه های وابستگی بین داده های اصلی و داده های شبیه سازی شده برای ۱۰۰۰ نمونه صورت گرفت. برای شبیه سازی زیرخانواده ای برازش داده شده، به کمک روش نلسن (۲۰۰۶) که بر اساس روش وارون تابع توزیع تجمعی با استفاده از الگوریتم زیر است، عمل می شود. الگوریتم نمونه گیری شبیه سازی از مفصل $C(u_1, v_1)$ عبارت است از:

۱. دو مشاهده u_1 و v_2 مستقل و هم توزیع از توزیع یکنواخت روی $[0, 1]$ انتخاب کنید.
۲. قرار دهید $v_1 = C_{v_1}^{-1}(u_1, v_2)$ که در آن $C_{v_1}^{-1}$ شبه وارون C_{v_1} است.

آنگاه بردار (u_1, v_1) از مفصل برازش یافته $C(u_1, v_1)$ تولید می شود.

نتایج و بحث

جدول (۲) متوسط دما (درجه سانتیگراد) و بارش ماه‌یانه شهر ایلام را در بین سالهای ۱۳۶۶ تا ۱۴۰۰ نشان می دهد (در این پژوهش به دلیل عدم دسترسی و نبود اطلاعات دما و بارش

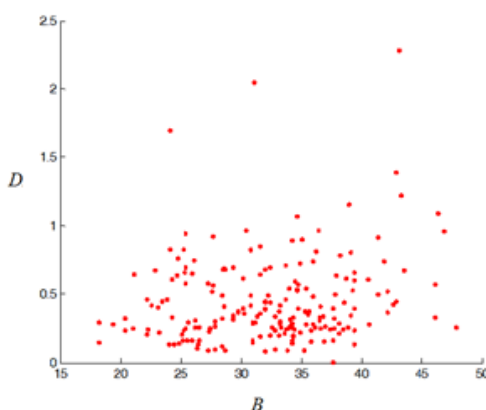
شود و سپس از بین توابع مفصل، خانواده‌ای را که شرایط مدل‌بندی برای این داده‌ها داشته باشد انتخاب می‌شود. با توجه به اینکه در اغلب تحقیقات انجام شده در هیدرولوژی و زمین‌شناسی توزیع‌های وایبل، گاما، گاما (۳ پارامتری)، پیرسن نوع ۶، لگ پیرسن نوع ۳، لگ لجستیک (۳ پارامتری)، وایبل، پاراتو نوع ۲، لگ نرمال، لگ نرمال (۳ پارامتری)، نمائی، نمائی (۳ پارامتری)، ... به داده‌ها برازش داده می‌شود. در این مقاله نیز، تمام توزیع‌های مذکور با استفاده از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف و از طریق نرم‌افزار EasyFit 5.5 انجام شده است که نهایتاً برای هر دو مجموعه داده، توزیع گاما برازش مناسب‌تری داشته‌اند. نتایج برازش در جدول (۴) ارائه شده است.

جدول ۲- متوسط دما (درجه سانتیگراد) و بارش ماهیانه شهر ایلام

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند	سالیانه
دما	۴/۵۰	۶/۱۶	۱۰/۵۰	۱۵/۳۴	۲۰/۶۳	۲۰/۱۲	۲۹/۰۵	۲۹/۴۱	۲۴/۷۸	۱۹/۶۲	۱۱/۵۹	۷/۴۷	۱۶/۵۹
بارش	۱۲۰/۴	۹۱/۳	۷۵/۸	۴۴/۰	۳/۲	۰/۲۳	۰/۲۱	۰/۴۸	۰/۳	۲۰/۷	۵۳/۵	۷۱/۸	۴۸۴/۱۲

جدول ۳- نتایج تحلیل‌های همبستگی بین دما (درجه سانتیگراد) و بارش ماهیانه شهر ایلام

همبستگی	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
پیرسن	-۰/۴۹	-۰/۵۰	-۰/۷۵	-۰/۲۹	-۰/۴۳	-۰/۵۳	-۰/۳۷	-۰/۳۶	-۰/۰۶	-۰/۱۶	۰/۰۷	-۰/۰۲
اسیرمن	-۰/۴۶	-۰/۴۳	-۰/۶۹	-۰/۲۳	-۰/۳۹	-۰/۴۸	-۰/۳۵	-۰/۳۲	-۰/۰۴	-۰/۱۵	-۰/۰۶	-۰/۰۱
کندال	-۰/۳۲	-۰/۳۵	-۰/۶۴	-۰/۰۳	-۰/۰۹	-۰/۲۷	-۰/۳۷	-۰/۳۳	-۰/۰۳	-۰/۱۵	-۰/۰۱	-۰/۱۰



نمودار (۱): نمودار پراکنش بین داده‌های اصلی دما و بارش ماهیانه شهر ایلام

جدول (۵) نشان می‌دهد مقادیر AIC توابع مفصل برازش شده تفاوت اندکی با هم دارند. اما، تابع مفصل گامبل-بارنت در مقایسه با بقیه‌ی توابع مفصل دارای مقدار AIC کمتری هستند. تابع مفصل گامبل-بارنت با پارامتر $\hat{\theta} = 0/509$ به

معمولاً در عمل اگر بخواهیم وابستگی بین متغیرهای موجود در جوامع را به دست آوریم، همیشه نمی‌توان از ضریب همبستگی معمول ρ استفاده کرد، زیرا این همبستگی یک مفهوم خطی و گاوسی است. به علاوه چون نوسانات در طول زمان تکامل می‌یابند، همبستگی می‌تواند تغییر کند. بنابراین، در تحلیل این داده‌ها، با وجود همبستگی ($sig. = ۰/۰۱۵$)، بایستی از ابزاری استفاده شود که میزان ارتباط و تأثیری که در تحلیل این داده‌ها وجود دارد را نمایان سازند (نمودار ۱). بنابراین، لازم است توزیع توام دما و بارش ماهیانه شهر ایلام تعیین گردد. برای این منظور ابتدا لازم است توزیع حاشیه‌ای هر یک از متغیرهای دما و بارش ماهیانه شهر ایلام برآورد

نتایج مدل‌بندی بین داده‌های دما و بارش شهر ایلام با استفاده از توابع مفصل در جدول (۵) ارائه شده است. توجه شود برای انتخاب تابع مفصل برتر، معیار آکاییک (AIC) محاسبه شده و پارامتر توابع مفصل، با ماکزیمم کردن لگاریتم تابع درستنمایی تابع مفصل مورد نظر برآورد شده است.

فرم مناسب برای بیان ساختار و تحلیل وابستگی بین دما و بارش شهر ایلام می‌باشد. شکل تابع مفصل برازش شده به ازای $\hat{\theta} = 0/509$ بین داده‌های دما و بارش شهر ایلام در نمودار (۲) نمایش داده شده است.

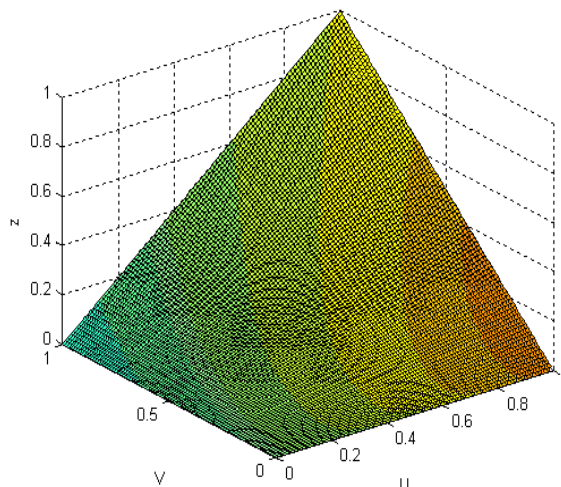
فرم $C(u, v) = uv \exp(-0/509 \ln(u) \ln(v))$ یک مفصل مناسب برای بیان ساختار و تحلیل وابستگی بین دما و بارش شهر ایلام می‌باشد. دقت شود که $C(u, v) = H(F^{-1}(u), G^{-1}(v))$ ، که در آن H ، تابع توزیع توام F با تابع توزیع حاشیه‌ای

جدول ۴- نتایج آزمون برازش توزیع گاما برای داده‌های دما و بارش شهر ایلام

نتایج آزمون توزیع گاما برای داده‌های دمای شهر ایلام					
برآورد پارامتر				کلموگروف-اسمیرنف	
$\sigma_1 = 0/66$		$\mu_1 = 21/82$		0/12724	آماره آزمون
				0/82512	P-value
0/01	0/02	0/05	0/1	0/2	سطح معنی‌داری
0/33666	0/31394	0/28087	0/25283	0/22115	مقدار بحرانی (Sig.)
نتایج آزمون توزیع گاما برای داده‌های بارش شهر ایلام					
برآورد پارامتر				کلموگروف-اسمیرنف	
$\sigma_2 = 4/89$		$\mu_2 = 2/58$		0/12644	آماره آزمون
				0/83064	P-value
0/01	0/02	0/05	0/1	0/2	سطح معنی‌داری
0/33666	0/31394	0/28087	0/25283	0/22115	مقدار بحرانی (Sig.)

جدول ۵- نتایج مدل‌بندی بین داده‌های دما و بارش شهر ایلام با استفاده از توابع مفصل

AIC	θ	توابع مفصل
2342/198	-0/201	فارلی-گامبل-مورگنسترن (FGM)
2342/184	0/379	کلایتون (Clayton)
2342/101	-0/509	گامبل-بارنت (GB)
2342/168	-0/795	علی-میخائیل-حق (AMH)
2342/112	-0/265	کیلیو گلیو-کوراداس (GC)



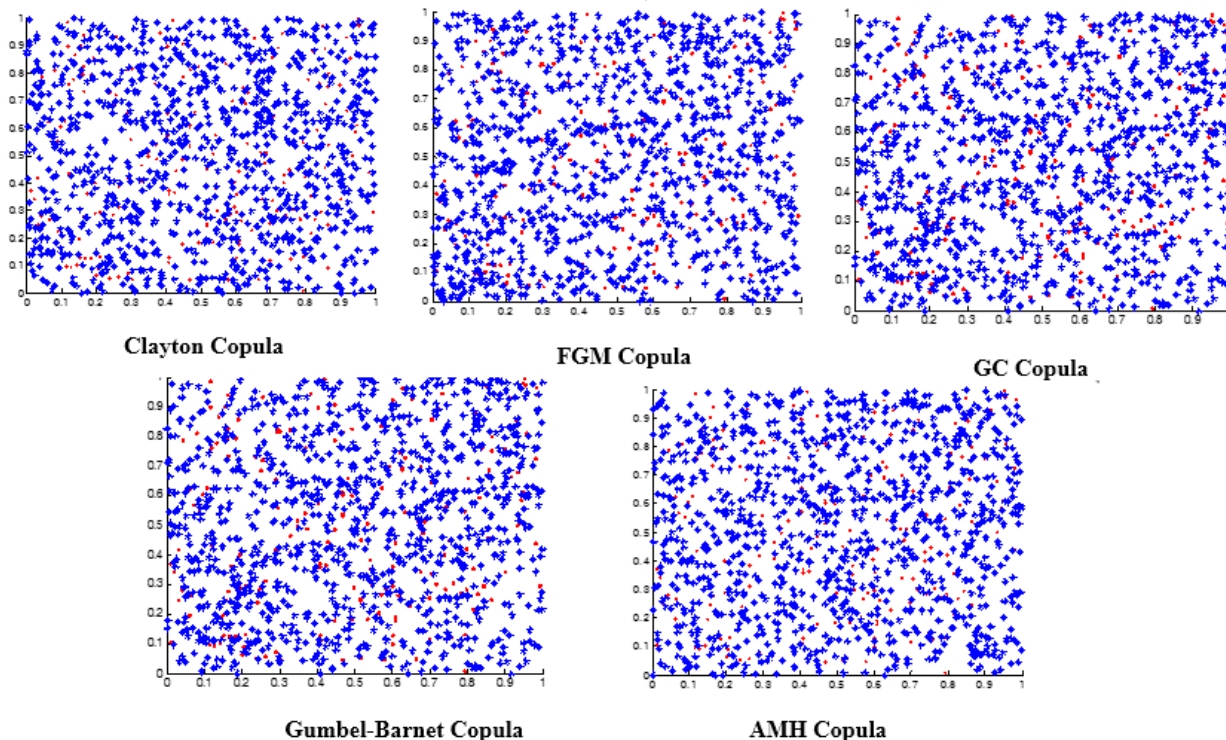
نمودار ۲- نمودار تابع مفصل برازش شده به داده‌های دما و بارش شهر ایلام به ازای $\hat{\theta} = 0/509$.

شبیه‌سازی

در این بخش با استفاده از روش شبیه‌سازی، توابع مفصل در جدول (۳) را برای مدل‌بندی وابستگی اطلاعات مورد استفاده قرار گرفت. این ارزیابی بر اساس مقایسه‌ی اندازه‌های وابستگی بین داده‌های اصلی و داده‌های شبیه‌سازی شده برای ۱۰۰۰ نمونه صورت گرفت. نمودار (۳) نمودار پراکنش داده‌های اصلی دما و بارش شهر ایلام تبدیل شده به تابع توزیع یکنواخت (●) در مقابل داده‌های شبیه‌سازی شده (*) از توابع چگالی مفصل در جدول (۳) را نشان می‌دهد. از نمودارهای ارائه شده در نمودار (۳) استنباط می‌شود که وابستگی یکسانی بین داده‌های اصلی دما و بارش شهر ایلام و داده‌های شبیه‌سازی شده آنها بر اساس توابع مفصل برآزش

داده شده، وجود دارد. همانطور که مشاهده می‌شود سازگاری بین داده‌های اصلی تبدیل شده و داده‌های شبیه‌سازی شده در این نمودارها وجود دارد. از این رو، تحلیل این سازگاری از منظر معیارهای کمی، به مقایسه اندازه‌ی وابستگی بین داده‌های اصلی دما و بارش شهر ایلام تبدیل شده و داده‌های شبیه‌سازی شده آنها بر اساس توابع مفصل برآزش داده شده، می‌پردازیم که نتایج آن در جدول (۶) آورده شده است. در جدول (۶) مشاهده می‌شود که بین ضریب همبستگی پیرسن داده‌های شبیه‌سازی شده توسط توابع مفصل با ضریب همبستگی اسپرمن بین داده‌های اصلی دما و بارش شهر ایلام تبدیل شده یک سازگاری وجود دارد.

نمودار (۳): نمودار پراکنش داده‌های اصلی دما و بارش شهر ایلام تبدیل شده (●) در مقابل داده‌های شبیه‌سازی شده (*).



جدول (۶): ضریب ρ_S بین داده‌های اصلی دما و بارش شهر ایلام تبدیل شده و ضریب ρ برای داده‌های شبیه‌سازی شده

Clayton	FGM	AMH	GC	GB	داده‌های اصلی	تابع مفصل
۰/۱۴۲۰	۰/۱۳۷۹	۰/۱۳۴۱	۰/۱۳۲۶	۰/۱۳۷۵	۰/۱۳۸۵	ضریب پیرسن

نتیجه گیری

نتایج نشان داد که عملکرد هر پنج تابع مفصل FGM، Clayton، GB، GC و AMH نزدیک به هم بوده ولی با توجه به اینکه از بین ۵ تابع مفصل مورد بررسی، فقط مفصل گامبل بارنت (GB) قابلیت مدل کردن وابستگی های منفی را دارا می باشد، بنابراین به عنوان تابع مفصل مناسب جهت مدل کردن وابستگی بارش و دمای ایستگاه شهر ایلام انتخاب گردید. داده های شبیه سازی شده نیز توسط توابع مفصل با ضریب همبستگی اسپرمن نشان داد که بین داده های اصلی دما و بارش شهر ایلام تبدیل شده یک سازگاری وجود دارد. همسو با نتایج این مطالعه، شیانو (۲۰۲۰) هفت نوع مفصل شامل مفصل های علی میخائیل حق، کلایتون، فارلی گامبل مورگنسترن، فرانک، گلامبوس، گامبل هوگارد و پلاکت را برای ایجاد توزیع دومتغیره شدت و مدت خشکسالی مورد بررسی قرار داد و نتیجه گرفت که مناسب ترین مفصل برای تحلیل دومتغیره شدت و مدت خشکسالی در ایستگاه مورد مطالعه مفصل گلامبوس می باشد. فاور و همکاران (۲۰۱۹) مفصل ها را برای تحلیل فراوانی سیلاب برای دو حوضه در کبک کانادا بکار بردند و دو خانواده از مفصل های ارشمیدسی (فرانک و کلایتون)، مفصل های مستقل و فارلی گامبل مورگنسترن مورد بررسی قرار گرفتند. همچنین، نشان دادند که احتمال شرطی حجم های سیلاب، زمانی که با نتایج تک متغیره مقایسه می شود، کاملاً متفاوت است. اسپجولزل و فردریچ (۲۰۱۸) در مطالعات خود طیف وسیعی از توابع مفصل شامل توابع مفصل از نوع ارشمیدسی، نیمه بیضوی و نرمال را جهت مدل سازی بارش و سرعت باد در دو ایستگاه پستام و برلین در کشور آلمان به کار گرفتند. نتایج حاصله حاکی از عملکرد قابل قبول توابع مفصل در محدوده مورد بررسی بود و توابع مفصل به عنوان ابزای کاربردی و مفید در مطالعات اقلیم شناسی معرفی نمودند گرمالدی و سرینالدی (۲۰۱۶) به منظور مطالعه ارتباط بین سه مشخصه بارش شامل عمق بحرانی، عمق کل واقعی و شدت حداکثر بارش های نیم ساعته را بوسیله یک مفصل سه بعدی بررسی کردند. سانگ و سینگ (۲۰۱۰) برای تحلیل فراوانی خشکسالی داده های بارش ماهانه یک ایستگاه باران سنجی در تکراس، ایالات متحده از مفصل های دوبعدی استفاده نمودند. بدین

منظور، آن ها چندین مفصل نیمه بیضوی و مفصل های گامبل هوگارد، علی میخائیل حق، فرانک و کلایتون برای تعیین بهترین مفصل مورد بررسی قرار دادند. آنها سه مشخصه خشکسالی شامل شدت، مدت و زمان بین آغاز دو خشکسالی را بر اساس نظریه ران تعیین و به صورت دو به دو با انواع توابع مفصل مدل سازی کردند. آفاکوچک و همکاران (۲۰۱۰) از توابع مفصل نوع بیضوی به منظور شبیه سازی همبستگی مکانی بارش استفاده کردند و دریافتند که استفاده از تابع مفصل t در مقایسه با تابع گاوسی عملکرد قابل قبول تری جهت شبیه سازی بارش های حدى دارد. لاکس و همکاران (۲۰۱۱) با بکارگیری تابع مفصل کلایتون به بررسی توزیع دومتغیره شدت و مدت خشکسالی پرداختند. میرعباسی و همکاران (۲۰۱۲) از توابع مفصل برای تحلیل فراوانی خشکسالی در ایستگاه شرفخانه در شمال غربی ایران استفاده کردند و تابع مفصل گلامبوس را به عنوان مفصل مناسب جهت مدل سازی شدت و مدت خشکسالی در این ایستگاه معرفی نمودند.

بنابراین، نتایج آماری واسنجی و اعتبارسنجی ماهانه فراسنج های مورد بررسی در این پژوهش، حاکی از اختلاف کم بین داده های مشاهداتی و شبیه سازی بوده که دقت بالای مدل سازی در اکثر ماه های سال را نشان می دهد. همان طور که ملاحظه گردید نتایج به دست آمده حاکی از افزایش دما در تمام ماه های سال و کاهش بارش در اکثر آنها است که این مسأله مؤید این مطلب است که در منطقه مورد مطالعه اقلیم در حال تغییر است و گرمایش در حال وقوع می باشد. لذا این تغییرات عواقبی را در منطقه در بر خواهد داشت از جمله؛ افزایش دما و بالا رفتن میانگین دمای فصل زمستان ضمن کاهش طول دوره ی سرما و عدم برآورد نیاز سرمایی گیاهان، سبب کاهش تفاوت دمای بین زمستان و تابستان شده که از جمله پیامدهای این امر کاهش تغذیه آب های زیرزمینی و منابع آب خواهد بود. همچنین افزایش دما موجب کاهش بارش برف می گردد که این موضوع موجب عدم تغذیه مناسب منابع آب های زیرزمینی در منطقه کوهستانی ایلام می گردد که عمدتاً ناشی از ذوب تدریجی برف ها می باشد. از طرف دیگر افزایش دما و کاهش بارش باعث افزایش پدیده ی بیابانزایی و شوری خاک می گردد. از آنجا که با

- توجه به این تغییرات و با توجه به نتایج به دست آمده در این مطالعه، با نزدیک شدن به انتهای قرن جاری بارش به شدت کاهش می‌یابد، لذا در برنامه‌ریزی‌های آینده توجه خاص به این چنین مسایل ضروری می‌باشد. بنابراین نتیجه این مطالعه می‌تواند به منظور تعیین مدل بهینه برای تخصیص زمین در بخش متفاوت استفاده شود. از آنجا که کمبود بارندگی و افزایش دما در تخصیص زمین در بخش‌های مختلف (کشاورزی...) اهمیت دارد، لذا در این زمینه کشت محصولات مقاوم در برابر خشک‌سالی با حداقل آب مورد نیاز، پیشنهاد می‌شود. علاوه بر این، اولویت دادن به پیش‌بینی تغییرات آب و هوا و نقش آن در تخصیص زمین‌های کشاورزی و غیر کشاورزی می‌تواند تا حد زیادی به تحقیقات تغییر آب و هوا کمک کند. از این رو، با استفاده از توزیع توام دما و بارش شهر ایلام می‌توان اطلاعات مهمی درباره داده‌ها بدست آورد. این احتمال در شرایط بحرانی گرم شدن زمین و چگونگی مدیریت در اثر گرمای زمین و ایمن شدن در مقابل این پدیده بسیار مفید است. با استفاده از تابع مفصل و توابع توزیع حاشیه‌ای به راحتی می‌توان احتمالات و سایر اطلاعات در مورد دما و بارش شهر ایلام و چگونگی ارتباط بین دو عامل را بدست آورد. توابع توزیع شرطی را نیز می‌توان با استفاده مفصل گامبل-بارنت تعیین و براساس آنها احتمال چگونگی تغییر یک عامل در قبال تغییرات کنترل شده عامل دیگر بحث نمود.
- منابع**
- 1- Abdelzaher DM, Martynov A, Abdelzaher AM. (2020). Vulnerability to climate change: Are innovative countries in a better position? *Research in International Business and Finance*, 51: 101098.
 - 2- AghaKouchak, A., A. Bárdossy and E. Habib. (2010). Conditional simulation of remotely sensed rainfall data using a non-Gaussian v-transformed copula, *Advances in Water Resources*, 33(6), 624-634. (In Persian)
 - 3- Aldrian, E. and R. DwiSusanto (2013). Identification of three dominant rainfall regions within Indonesia and their relationship to sea surface temperature, *International Journal of Climatology*, 23(12), 1435-1452.
 - 4- Alizadeh Choobari O, Najafi MS. (2016). Trends and changes in air temperature and precipitation over different regions of Iran, *Journal of the Earth and Space Physics*, 43(3): 569-584. (In Persian)
 - 5- Asakereh, F. and Farjzadeh, Z. (2023). Measuring the Iranian Provinces' Vulnerability to Climate Change, *Journal of Agricultural Economics Research*, Spring Issue 2023. (In Persian)
 - 6- Cuadras, C. M. (2009). Constructing copula functions with weighted geometric means, *Journal of Statistical Planning and Inference* 139(11):3766-3772.
 - 7- De Michele, C. and G. Salvadori. (2013). A Generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas, *Journal of Geophysical Research*, 108(D2): 4067.
 - 8- Favre, A.C., S. El Adlouni, L. Perreault, N. Thiémonge and B. Bobee. (2019). Multivariate hydrological frequency analysis using copulas, *Water Resources Research*, 40: W01101, doi:10.1029/2003WR002456.
 - 9- Folland, C. K., and Coauthors (2001). Observed climate variability and change. *Climate Change 2001: The Scientific Basis*, Cambridge University Press, 99-181.
 - 10- Izadkhah, S., Ahmadzade, H., & Amini, M. (2015). Further Results for a General Family of Bivariate Copulas. *Communications in Statistics: Theory and Methods*, Volume 44, Issue 15.
 - 11- Grimaldi, S. and F. Serinaldi. (2016). Design hyetographs analysis with 3-copula function, *Hydrological Sciences Journal*, 51(2): 223-238.
 - 12- Huang, Y., J. Cai, H. Yin and M. Cai. (2016). Correlation of precipitation to temperature variation in the Huanghe River (Yellow River) basin during 1957-2006, *Journal of hydrology*, 372(1), 1-8.
 - 13- Laux, P., S. Vogl, W. Qiu, H.R. Knoche and H. Kunstmann. (2011). Copula-based statistical refinement of precipitation in RCM simulations over complex terrain, *Hydrology and Earth System Sciences*, 15(7), 2401-2419.
 - 14- Mirabbasi, R., A. Fakheri-Fard and Y. Dinpashoh. (2012). Bivariate drought frequency analysis using the copula method, *Theoretical and Applied Climatology*, 108(1-2), 191-206. (In Persian)
 - 15- Modarres R. and Sarhadi A. (2009). Rainfall trends analysis of Iran in the last half of the twentieth century. *Journal of geophysical research*, 114.
 - 16- Monterroso-Rivas AI, Conde-Álvarez AC, Pérez-Damian JL, López-Blanco J, Gaytan-

- 21- Serinaldi, F. (2018). Analysis of inter-gauge dependence by Kendall's τ_K , upper tail dependence coefficient, and 2-copulas with application to rainfall fields, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 22(6), 671-688.
- 22- Shiau, J.T. (2020). Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas, *Water Resources Management*, 20: 795–815.
- 23- Sklar, A. 1959. Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges, *PublInst Statist Univ Paris* 8:229–231.
- 24- Song, S. and V.P. Singh. (2010). Meta-elliptical copulas for drought frequency analysis of periodic hydrologic data, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 24: 425-444.
- 25- Wilks, D.S. (2011). *Statistical methods in the atmospheric sciences*, Access Online via Elsevier, Vol. 100.
- Dimas M, Gómez-Díaz JD. (2018). Multi-temporal assessment of vulnerability to climate change: Insights from the agricultural sector in Mexico. *Climatic Change*, 147(3-4), 457-473.
- 17- Nelsen, R.B. (2006). *An introduction to copulas*. Springer Series in Statistics. ۳rd Edition. Springer.
- 18- Neset TS, Wiréhn L, Opach T, Glaas E, Linnér BO. (2019). Evaluation of indicators for agricultural vulnerability to climate change: The case of Swedish agriculture. *Ecological Indicators*, 105, 571-580.
- 19- Rajeevan, M., D.S. Pai and V. Thapliyal. (2008). Spatial and temporal relationships between global land surface air temperature anomalies and Indian summer monsoon rainfall, *Meteorology and Atmospheric Physics*, 66(3-4), 157-171.
- 20- Sanikhani H., Mirabbasi Najaf Abadi R., Dinpashoh, Y. (2014). Modeling of Temperature and Rainfall of Tabriz Using Copulas, *Journal of Irrigation and Water Engineering*, 5(17), 123-133.