

## مدل‌سازی سیل در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو مبتنی بر مفصل‌های چهاربعدی واین

زینب السادات موسوی<sup>۱</sup>، محمودرضا ملایی‌نیا<sup>۲\*</sup>، سید مرتضی محمدی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، گرایش مهندسی و مدیریت منابع آب، دانشگاه زابل، زابل.

۲- دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه زابل، زابل.

۳- استادیار گروه آمار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه زابل، زابل.

### چکیده

تحلیل چند متغیره ویژگی‌های سیلاب به‌منظوره پیش‌بینی و مدیریت خسارت‌های ناشی از آن در یک حوضه بسیار سودمند است. در جایی که تحلیل سیلاب با بیش از دو متغیر صورت گیرد، استفاده از مفصل‌های واین که در مقایسه با توزیع‌های چندمتغیره انعطاف‌پذیری بیشتری دارند توصیه می‌شود. در این پژوهش برای تحلیل چهارمتغیره پدیده سیلاب از مفصل‌های واین (سی-واین و دی-واین) و داده‌های چهار متغیره دبی اوج ( $P$ )، حجم ( $V$ )، مدت زمان ( $D$ ) و رسوب ( $S$ )، مربوط به حوضه آبریز رودخانه قره‌سو در یک دوره آماری ۴۱ ساله (سال‌های ۱۳۵۳ تا ۱۳۹۳) استفاده شد. پس از تعیین توزیع‌های لوگ‌نرمال (برای دبی اوج) و ویبول (برای حجم، مدت زمان و رسوب) به عنوان مناسب‌ترین توزیع‌های حاشیه‌ای، تابع مفصل مناسب برای هر یک از جفت متغیره‌هایی که دارای همبستگی مناسبی بودند، به‌دست آمد. در ادامه و مشخص گردید که ساختار سی-واین با داشتن بیشترین مقدار معیار لگاریتم تابع درستی (۷۲/۳) و کمترین مقدار معیارهای اطلاعات آکائیکه (۱۳۲/۶-) و بی‌زی (۱۲۲/۳۲-) مناسب‌تر از ساختار دی-واین می‌باشد. سرانجام با محاسبه دوره بازگشت تک‌متغیره و توام مشخص شد هرچه تعداد متغیره‌ها بیشتر می‌شود دوره بازگشت توام در حالت «یا» کمتر و دوره بازگشت در حالت «و» بیشتر از مقدار دوره بازگشت تک‌متغیره می‌گردد (به عنوان مثال: دوره بازگشت توام ۲ سال دومتغیره دبی اوج و حجم سیل در حالت «یا» برابر با ۱/۷۱۵۶ و در حالت «و» برابر با ۲/۳۹۷۶ و دوره بازگشت توام ۲ سال چهار متغیره دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل در حالت «یا» برابر با ۱/۳۷۷۸ و در حالت «و» برابر با ۴/۱۲۴۲ بدست آمده است). بنابراین برای طراحی سازه‌های کنترل سیل باید از نتایج دوره بازگشت در حالت «و» استفاده شود، زیرا در این حالت همه‌ی متغیره‌ها از حد آستانه خود بیشتر بوده و موجب رخداد سیلی با دبی طرح بزرگتری می‌گردد.

کلیدواژه‌گان: رودخانه قره‌سو، مشخصه‌های سیل، رسوب، خانواده مفصل‌های بیضوی و ارشمیدسی، دوره بازگشت.

## ۱- مقدمه

است وابستگی بین متغیرهای با توزیع‌های حاشیه‌ای متفاوت را با مدل‌سازی کند و دوره بازگشت‌های مربوط به آن‌ها را نیز با محاسبات ساده‌تری به دست آورد (Sklar, 1959; Salvadori and De Michele, 2004; Beven, 2011; Xu, et al., 2014; Afsharypour et al., 2018; Tamiru and Dinka, 2021).

تابع‌های مفصل، ابتدا، برای مدل‌سازی وابستگی بین دو متغیر شدت و مدت بارندگی در هیدرولوژی وارد شدند (Salvadori and De Michele., 2003). پس از آن، پژوهش‌گران از تابع‌های مفصل در دیگر شاخه‌های هیدرولوژی مانند خشک‌سالی و سیلاب استفاده کردند (Shiau, 2006; Omidi et al., 2010; da Rocha ) (Júnior et al., 2020; Poonia et al.; 2021).

تا کنون پژوهش‌های متعددی برای تحلیل دو متغیره سیلاب با استفاده از تابع‌های مفصل و دو متغیر دبی اوج و حجم سیلاب ارائه شده است (Chowdhary, H., et al. 2011; Reddy and Ganguli, 2012; Li et al. 2013; Chen and Lin, 2016; Afsharypour et al., 2018). همچنین، تحلیل و بررسی خطر سیلاب، تحت اثر سه متغیر دبی اوج، حجم و مدت زمان سیلاب، در حوضه رودخانه دلاور کارون (Salari et al., 2015)، در حوضه رودخانه مهاباد (Mohammadpour et al., 2017)، و در حوضه رودخانه کلانتان (Nashwan et al., 2018) انجام شده است.

به‌کارگیری تابع‌های مفصل برای بیش از دو متغیر سبب گستردگی و پیچیدگی در محاسبات می‌شود، برای چیره‌شدن بر این مشکل، مفصل‌های واین (سی-واین و دی-واین) معرفی گردید. مفصل‌های واین یک مدل گرافیکی هستند، انعطاف‌پذیری بالایی دارند، و توزیع‌های چندمتغیره را به توزیع‌های دو متغیره تبدیل و در نتیجه حجم محاسبات را کمتر می‌کند (Bedford and Cooke 2001, 2002). همین موضوع سبب شد تا مفصل‌های واین در زمینه‌هایی مانند تحلیل خشک‌سالی، بارندگی و سیلاب نیز به‌کار روند (Vernieuwe et al., 2015; Nguyen-Huy et al., )

سیلاب<sup>۱</sup> یک حادثه طبیعی چندمتغیره است، که همبستگی دو سویه‌ای در بین متغیرهای آن وجود دارد، و خسارت‌های ناشی از آن هنگامی شدیدتر می‌شود که یک سیل با دبی اوج<sup>۲</sup> بالا، حجم<sup>۳</sup> زیاد و برای مدت زمان<sup>۴</sup> بیشتری رخ داده باشد. به‌همین جهت، مدت زمان وقوع سیلاب (فاصله زمانی بین شروع و پایان سیل) برای مدیریت و طراحی سازه‌های هیدرولیکی مربوط به سیل از اهمیت بالایی برخوردار است (Salarpour et al., 2013; Salarpour et al., 2016). اما گاهی خسارت‌های ناشی از سیلاب تنها متاثر از این سه متغیر نمی‌باشد. برای همین، مطالعه و شناخت دیگر متغیرهای موثر بر سیلاب امر ضروری است. یکی از عوامل موثر و تشدید کننده پدیده سیلاب تغییر کاربری زمین‌های حوالی حوضه و از بین بردن پوشش‌های گیاهی آن‌ها است. چرا که، هنگام بارندگی در یک منطقه دارای پوشش گیاهی، بخشی از باران توسط برگ و ساقه گیاهان جذب شده و با گذشت زمان یا تبخیر شده و یا کم‌کم به خاک منتقل می‌شود. اما در مناطق خشک و عاری از پوشش گیاهی، بارش باران موجب شسته شدن و به حرکت درآمدن ذرات خاک می‌شود (فرسایش) و زمانی که ظرفیت انتقال جریان از مقدار ذرات در حال انتقال کمتر باشد، بخشی از ذرات ته‌نشین شده و رسوب<sup>۵</sup> اتفاق می‌افتد. حال اگر این رسوب گذاری در بستر رودخانه یا مخزن سد اتفاق افتد، باعث ایجاد تغییراتی در مقطع، کاهش حجم و به دنبال آن کم شدن عمر مفید آن‌ها می‌شود (Grams and Schmidt, 2005; Mahabaleshwara and Nagabhusan, 2014; Bezak et al., 2018; Hooke, 2019).

در دهه‌های اخیر، برای تحلیل چندمتغیره پدیده سیلاب از میان روش‌های هیدرولیکی، روش‌های هیدرولوژیکی، روش‌های هوش مصنوعی و روش‌های آماری مبتنی بر مدل‌سازی، استفاده از روش آماری تابع‌های مفصل<sup>۶</sup>، نخستین بار در سال ۱۹۵۹ توسط اسکالر معرفی شده است، مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. این روش قادر

<sup>4</sup> Duration

<sup>5</sup> Sediment

<sup>6</sup> Copula functions

<sup>1</sup> Flood

<sup>2</sup> Peak flow

<sup>3</sup> Volume

جین و همکاران (Jane, et al., 2020) اثر بارش شدید، سطح آب اقیانوس و سطح آب زیرزمینی بر سیل مرکب در مناطق ساحلی جنوب فلوریدا در شهرستان میامی را با استفاده از مفصل‌های بیضوی (نرمال و تی)، ارشمیدسی (فرانک، گامبل و کلاپتون) و مدل‌های هفرنان-تاون<sup>۲</sup> و این بررسی نمودند. نتایج بدست آمده نشان داد که مدل‌های مفصل و این و هفرنان-تاون وابستگی بین متغیرها را بهتر از مفصل‌های بیضوی و ارشمیدسی نمایش می‌دهند. لطیف و مصطفی (Latif and Mustafa, 2020) سیلاب در حوضه رودخانه کلانتان (در کشور مالزی) را با استفاده از مفصل-های و این (سی-واین و دی-واین) و سه متغیر، دبی اوج، حجم و مدت زمان سیلاب، بررسی نمودند. برای این منظور، تابع‌های مفصل نرمال و فرانک به ترتیب برای جفت متغیرهای دبی اوج-حجم و دبی اوج-مدت زمان سیل برگزیدند. سپس با استفاده از ساختار مفصل‌های و این یک ترکیب سه‌متغیره ایجاد نمودند. سرانجام دوره بازگشت توام را در دو حالت {یا} و {و} محاسبه و مقایسه نمودند و دریافتند که دوره بازگشت توام در حالت {و} ارزش بازگشت بالاتری نسبت به حالت {یا} ایجاد می‌کند.

امینی و همکاران (۱۳۹۹) با استفاده از ساختارهای و این (سی-واین و دی-واین) و متغیرهای دبی اوج، حجم، زمان پایه و زمان رسیدن به اوج سیل، سیلاب در ایستگاه لندی در حوزه آبخیز بازفت در استان چهارمحال و بختیاری را به صورت سه‌بعدی و چهاربعدی بررسی نمودند. با مقایسه نتایج بدست از ساختارهای سی-واین و دی-واین با مفصل‌های تجربی دریافتند که، در حالت سه‌بعدی ترکیب زمان اوج-دبی اوج-حجم و در حالت چهاربعدی برای ساختار سی-واین ترکیب دبی اوج-حجم-زمان اوج-زمان پایه و برای ساختار دی-واین ترکیب دبی اوج-زمان اوج-حجم-زمان پایه و این ترکیب دبی اوج-زمان اوج-حجم-زمان پایه بهترین ترکیب‌ها هستند. به‌طور کلی نتایج بدست آمده نشان داد که، (۱) ساختار سی-واین بهتر از ساختار دی-واین است، زیرا حجم و پیچیدگی محاسبات آن کمتر است. (۲) همبستگی ساختار و این چهاربعدی از ساختار و این سه‌بعدی بیشتر است. و (۳) ساختار و این چهاربعدی تطابق بیشتری با ساختارهای تجربی دارد.

2020; Farrokhi et al., 2021; Wu et al., 2021; Kanthavel et al., 2022; Nazeri Tahroudi et al., (2022; Wu et al., 2022).

گرلر و همکاران (Graler et al., 2013) با استفاده از ساختار دی-واین سه‌بعدی و سه متغیر دبی اوج، حجم و مدت زمان سیل، سیلاب و دوره بازگشت چندمتغیره را بررسی نمودند. شفائی و همکاران (۱۳۹۵) از ساختار سی-واین به منظور مدل‌سازی تابع توزیع توام چهار بعدی و توصیف ساختار وابستگی بین چهار متغیر دبی اوج، حجم، زمان پایه و زمان اوج سیل استفاده کردند. سپس نتایج بدست آمده از ساختار سی-واین را با نتایج بدست آمده از مفصل-های تجربی مقایسه نمودند و براساس معیارهای آماری و گرافیکی ساختار زمان پایه-دبی اوج-حجم-زمان اوج را به عنوان بهترین ساختار سی-واین معرفی کردند.

لیو و همکاران (Liu et al., 2018) با استفاده از مفصل‌های و این اثر سیل‌های مرکب متشکل از بارش شدید، رواناب سطحی نوسان ال نینو-جنوبی و افزایش دما، را در تگزاس ایالات متحده آمریکا بررسی نمودند و دریافتند که دما نقش قابل توجهی بر ایجاد بارندگی و رواناب سطحی نوسان ال نینو-جنوبی دارد. جیانگ و همکاران (Jiang, et al. 2019) سیل در حوزه رودخانه چیانگ چین را با استفاده از یک مدل سی-واین چهارمتغیره بررسی نمودند. برای این منظور مقادیر مربوط به حداکثر تخلیه روزانه سالانه، حداکثر حجم سیل ۳ روزه سالانه، حداکثر حجم سیل ۷ روزه سالانه و حداکثر حجم سیل ۱۵ روزه سالانه را به عنوان چهارمتغیر مورد بررسی در نظر گرفتند. آن‌ها همچنین به جای استفاده از دوره بازگشت، معیار میانگین قابلیت اطمینان سالانه<sup>۱</sup> (AAR) را به کار گرفتند تا از همخوانی یک رویداد سیل چند متغیره با یک سطح طراحی منحصر به فرد در شرایط غیر ثابت اطمینان پیدا کنند. سرانجام براساس نتایج بدست آمده بیان کردند از آنجایی که ناپایداری توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی بین متغیرها بر نتیجه طراحی هیدرولوژیکی چندمتغیره اثرگذار است، استفاده از ساختار سی-واین می‌تواند بسیار مفید باشد، زیرا می‌تواند این ناپایداری‌ها را به‌خوبی به تصویر بکشد.

<sup>2</sup> Heffernan and Tawn

<sup>1</sup> Average Annual Reliability

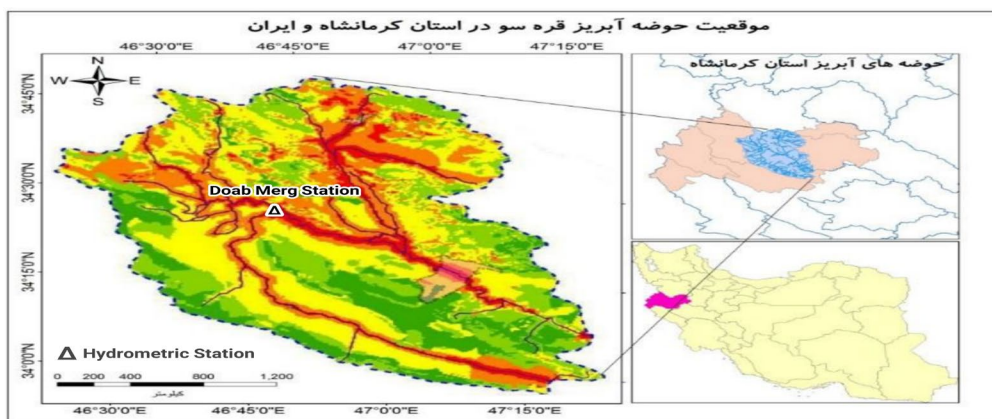
زیرحوضه‌های کرخه)، که با مساحت ۵۳۵۴ کیلومتر مربع یکی از بزرگ‌ترین حوضه‌های موجود در غرب کشور است، می‌باشد. این زیرحوضه در استان کرمانشاه و در محدوده طول‌های جغرافیایی ۴۶ درجه و ۲۲ دقیقه تا ۴۷ درجه و بین عرض‌های جغرافیایی ۳۴ درجه تا ۳۴ درجه و ۵۵ دقیقه قرار گرفته است. در حوضه قره‌سو ایستگاه‌های هیدرومتری متعددی وجود دارد. در این پژوهش به‌منظور تحلیل سیلاب در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو، از داده‌های ایستگاه هیدرومتری دوآب-مرگ (شکل ۱) که در سال ۱۳۵۳ تأسیس گردیده، استفاده شده است. این ایستگاه با مساحت ۱۲۶۰ کیلومتر مربع و فاصله ۱۲۹۰ متری از سطح دریا، در محدوده طول جغرافیایی ۴۷ درجه و ۴۷ دقیقه و عرض جغرافیایی ۳۴ درجه و ۳۳ دقیقه واقع شده است (Zeraati, and Zounemat-Kermani, 2018).

اکثر مطالعاتی که تاکنون در زمینه تحلیل سیلاب با استفاده از تابع‌های مفصل صورت گرفته، دو یا سه متغیره بوده است. در صورتی که برای دستیابی به یک تحلیل فراگیر، بهتر است متغیرهای بیشتری را به طور همزمان در نظر بگیریم. چرا که خسارت‌های وارده ناشی از پدیده سیلاب می‌تواند متاثر از چندین متغیر آن باشد و نادیده گرفتن اثر هر یک منجر به بروز صدمه‌ها و تحمیل هزینه‌های جبران ناپذیری باشد. به-همین منظور، در این پژوهش برای نخستین بار از مفصل‌های و این و چهار متغیر دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل، جهت تحلیل چهارمتغیره پدیده سیلاب در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو استفاده می‌شود.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه این پژوهش زیر حوضه قره‌سو (یکی از



شکل ۱ موقعیت حوضه آبریز قره‌سو و ایستگاه دوآب‌مرگ در استان کرمانشاه ایران (محمدی و همکاران، ۱۳۹۹).

ناگهانی به سمت بالا داشته را شروع سیلاب و درجایی که هیدروگراف روند نزولی را برای رسیدن به جریان پایه طی می‌کند، پایان سیلاب در نظر می‌گیریم. به‌طور کلی در هر رویداد سیل مشخصه‌های حجم و مدت زمان سیل به ترتیب از رابطه‌های ۱ و ۲ تعیین می‌شوند. مشخصه‌های دبی اوج و رسوب نیز به ترتیب حداکثر جریان مشاهده شده و مجموع همی رسوبات مشاهده شده در طول مدت زمان وقوع سیلاب هستند (Karmakar, and Tosunoglu, Simonovic, 2008; Yue, et al, 1999,

### ۲-۲- تعیین مشخصه‌های سیل

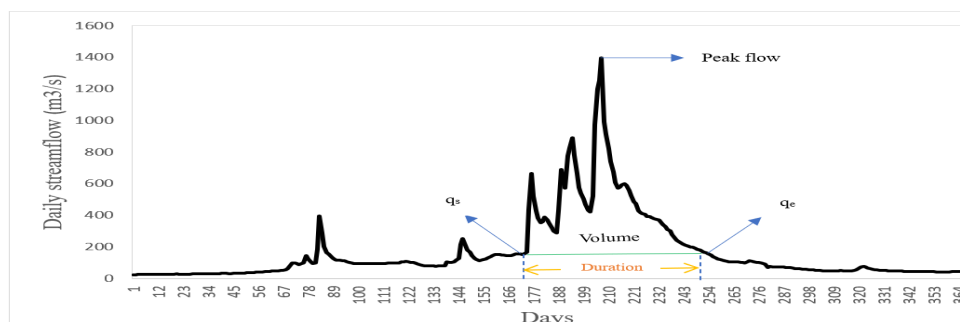
در این پژوهش برای تحلیل سیلاب از چهار متغیر دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل استفاده می‌شود، که برای تعیین آن‌ها ابتدا لازم است تا هیدروگراف سیل (منحنی تغییرات دبی در برابر زمان) را رسم کرده و میزان دبی پایه (مقدار جریانی که قبل از وقوع سیلاب در رودخانه وجود داشته است) از دبی روزانه کاسته شود. سپس مطابق شکل ۲ درجایی که هیدروگراف نسبت به جریان پایه افزایش

(et al. 2020).

در رابطه ۱،  $q_e$  و  $q_s$  به ترتیب نشان دهنده مقدار جریان مشاهده شده در تاریخ شروع و پایان سیل و در رابطه ۲،  $d_e$  و  $d_s$  به ترتیب نشان دهنده تاریخ پایان و شروع رویداد سیل می‌باشند.

$$V = (V^{Total} - V^{Base}) = \sum_{j=e}^s q_j - \frac{D}{2}(q_s + q_e) \quad (1)$$

$$D = d_e - d_s \quad (2)$$



شکل ۲ تعیین مشخصه‌های سیل (توسون‌اوغلو و همکاران، ۲۰۲۰).

وجود دارد. ضریب همبستگی پیرسون تنها وابستگی خطی بین دو متغیر را تشخیص می‌دهد. در صورتی که ضرایب همبستگی تاوکندال و اسپیرمن می‌توانند وابستگی‌های غیرخطی را نیز شناسایی کنند، زیرا براساس رتبه‌ای که به هر متغیر تعلق می‌گیرد، وابستگی را اندازه‌گیری می‌کنند. در این پژوهش برای تعیین وابستگی اولیه بین چهار متغیر دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل از ضریب همبستگی تاوکندال استفاده شده است.

$$\tau_n = \left( \frac{n}{2} \right)^{-1} \sum \text{sign}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (3)$$

$i, j = 1, 2, \dots, n.$

در رابطه فوق  $\text{sign}=1$  اگر  $[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] > 0$  و  $\text{sign}=-1$  است اگر  $[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] < 0$  باشد (Papaioannou, ; Karmakar and Simonovic, 2009). (et al. 2016).

#### ۲-۵- معرفی تابع مفصل

تابع‌های مفصل که در سال ۱۹۵۹ توسط اسکالر معرفی شدند، توزیع چند متغیره را به توزیع‌های تک‌متغیره (توزیع

#### ۲-۳- انتخاب بهترین توزیع حاشیه‌ای برای متغیرها

اساس کار روش تابع‌های مفصل ایجاد تابع توزیع مشترک با استفاده از تابع‌های توزیع تک‌متغیره است. از همین رو، ابتدا باید تابع توزیع تجمعی<sup>۱</sup> (CDF) تک‌متغیره هر یک از متغیرهای سیل تعیین شود. برای این منظور توزیع‌های مختلفی از جمله: نرمال، لاگ نرمال، نمایی، گاما، ویبول، گامبل و ... به کمک نرم‌افزارهای ایزی‌فیت (که بر مبنای روش تخمین حداکثر درست‌نمایی<sup>۲</sup> (MLE) است) و آر برازش داده شدند. در نرم‌افزار ایزی‌فیت آزمون نیکویی برازش<sup>۳</sup> براساس آزمون‌های عددی کلموگروف-اسمیرنوف<sup>۴</sup>، اندرسون-دارلینگ<sup>۵</sup> و کای-اسکوئر<sup>۶</sup> انجام و توزیعی که دارای کمترین آماره و پی-ارزش<sup>۷</sup> (P) بزرگتر از ۰/۰۵ باشد، برگزیده می‌شود (Afsharypour, et al. 2018, Nashwan, et al. 2018).

#### ۲-۴- بررسی همبستگی بین متغیرها

پیش از انتخاب تابع مفصل لازم است تا وابستگی بین جفت متغیرها محاسبه و بررسی شود. برای این منظور، سه ضریب همبستگی پیرسون<sup>۸</sup>، تاوکندال<sup>۹</sup> (رابطه ۴) و رواسپیرمن<sup>۱۰</sup>

<sup>6</sup> Chi-Squared

<sup>7</sup> P-Value

<sup>8</sup> pearson

<sup>9</sup> Kendall's Tau

<sup>10</sup> Spear- man's rho (ρ)

<sup>1</sup> Cumulative Distribution Function

<sup>2</sup> Maximum likelihood Estimation

<sup>3</sup> Goodness of Fit Test

<sup>4</sup> Kolmogorov Smirnov

<sup>5</sup> Anderson Darling

با پارامتر همبستگی  $\rho$  و  $\nu$  درجه آزادی و  $t_\nu^{-1}$  معکوس تابع توزیع تی استاندارد با درجه آزادی  $\nu$  می‌باشد (Chen and Guo, 2019).

خانواده مفصل‌های ارشمیدسی نیز شامل مفصل‌های کلبتون، گامبل، فرانک، و جو می‌باشد. حالت دومتغیره و فضای پارامتریک مربوط به آن‌ها در جدول ۱ ارائه شده است (Joe, 2014). لازم به ذکر است که، گاهی در جهت گسترش دامنه وابستگی از مفصل‌های چرخشی و معکوس (همان مفصل‌های ارشمیدسی که خلاف جهت عقربه‌های ساعت چرخیده و چگالی آن  $C(0,0)$  است) استفاده می‌کنیم. این چرخش می‌تواند ۹۰، ۱۸۰ و یا ۲۷۰ درجه باشد، و به ترتیب از رابطه‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ بیان می‌شوند.

$$90^\circ : c_{90}(u_1, u_2) := c(1 - u_2, u_1) \quad (9)$$

$$180^\circ : c_{180}(u_1, u_2) := c(1 - u_1, 1 - u_2) \quad (10)$$

$$270^\circ : c_{270}(u_1, u_2) := c(u_2, 1 - u_1) \quad (11)$$

که  $u_1$  و  $u_2$  دو متغیر مورد نظر هستند (Czado, 2019).

حاشیه‌ای) پیوند می‌زنند (Sklar, 1959). به بیان دیگر، اگر  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی با تابع‌های توزیع حاشیه‌ای  $F_X(X)$  و  $F_Y(Y)$  و تابع توزیع توام  $F_{X,Y}$  باشند (رابطه ۴)، آنگاه تابع مفصل  $C$  وجود دارد به گونه‌ای که:

$$F_{XY}(x, y) = C(F_X(X), F_Y(Y)), \quad x, y \in R \quad (4)$$

در صورت پیوسته بودن دو تابع  $F_X(x)$  و  $F_Y(y)$ ، تابع  $C$  منحصر به فرد است. با فرض پیوسته بودن دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$ ؛ و  $u = F_X(x)$  و  $v = F_Y(y)$ ، تابع چگالی مفصل از رابطه ۵ محاسبه می‌شود.

$$c(u, v) = \frac{\partial^2 c(u, v)}{\partial u \partial v} \quad (5)$$

همچنین، تابع چگالی احتمال توام برحسب تابع چگالی مفصل به صورت رابطه ۶ قابل محاسبه است:

$$f_{X,Y}(X, Y) = c(f_X(x), f_Y(y)) f_X(x) f_Y(y) \quad (6)$$

$x, y \in R$

که در آن  $f_X(x)$  و  $f_Y(y)$  به ترتیب تابع‌های چگالی حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  هستند (Joe, 2014). تاکنون مفصل‌های مختلفی برای بیان ساختار وابستگی بین متغیرها ارائه شده است، که از میان آن‌ها خانواده مفصل‌های بیضوی و خانواده مفصل‌های ارشمیدسی<sup>۱</sup> بیشتر از بقیه در هیدرولوژی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. خانواده مفصل‌های بیضوی شامل: دو مفصل گوسی یا نرمال (رابطه ۷) و تی (رابطه ۸) هستند (Chen and Guo, 2019).

$$C^{Gu}(u, v, \rho) = \phi_\rho(\phi^{-1}(u), \phi^{-1}(v)) \quad (7)$$

$\rho \in [-1, +1]$

که در آن  $\phi_\rho$  تابع توزیع نرمال استاندارد دومتغیره با ضریب همبستگی  $\rho$  و  $\phi^{-1}$  معکوس تابع توزیع نرمال استاندارد می‌باشد.

$$C(u, v, \rho, \nu) = t_{\rho, \nu}(t_\nu^{-1}(u), t_\nu^{-1}(v)) \quad (8)$$

$\rho \in [-1, +1]$

که در آن  $\nu > 0$  و  $t_{\rho, \nu}$  تابع توزیع تی استاندارد دومتغیره

<sup>1</sup> Archimedean Copula

جدول ۱ معرفی مفصل‌های ارشمیدسی (Joe, 2014).

مفصل	$C_\theta(u,v)$	فضای پارامتر $\theta$	تابع مولد
فرانک	$-\frac{1}{\theta} \ln \left[ 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right]$	$(-\infty, +\infty) \setminus \{0\}$	$-\log \left( \frac{\exp(-\theta t) - 1}{\exp(-\theta) - 1} \right)$
کلیتون	$\left[ \max(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1) \right]^{\frac{1}{\theta}}$	$[-1, +\infty) \setminus \{0\}$	$\frac{1}{\theta} (t^{-\theta} - 1)$
گامبل	$\exp \left\{ - \left[ (-\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$	$[1, +\infty)$	$(-\log t)^\theta$
جو	$1 - \left[ (1-u)^\theta + (1-v)^\theta - (1-u)^\theta (1-v)^\theta \right]^{\frac{1}{\theta}}$	$[1, +\infty)$	$-\log(1 - (1-t)^\theta)$

## ۲-۶- تخمین پارامتر تابع مفصل

$$C_n(u, v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1} \left( \frac{R_i}{n+1} \leq u, \frac{S_i}{n+1} \leq v \right) \quad (13)$$

$$u, v \in [0, 1]$$

بر اساس  $S_n$  و مقدار پی-ارزش، هر تابع مفصلی که آمار  $S_n$  کمتری داشته و پی-ارزش آن نیز بزرگتر از ۰.۰۱ باشد برگزیده می‌شود (Afsharypour, et al., 2018).

افزون بر آزمون‌های نیکویی برازش معیارهایی نیز برای سنجش مناسب بودن مدل وجود دارد، که از میان آن‌ها معیارهای اطلاعات آکائیکه (AIC)<sup>۴</sup>، بیزی شوارتز (BIC)<sup>۵</sup>، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)<sup>۶</sup> و لگاریتم تابع درستنمایی (loglik)<sup>۶</sup> در این پژوهش به کار گرفته شدند.

معیار اطلاعاتی آکائیکه در سال ۱۹۷۴ توسط آکائیکه و معیار اطلاعاتی بیزی در سال ۱۹۷۸ توسط شوارتز معرفی شده است. این معیارها که جهت یافتن مناسب‌ترین توزیع به کار می‌روند، از دو قسمت (۱) عدم تناسب مدل و (۲) عدم اطمینان مدل به دلیل تعداد پارامترهای مدل، تشکیل شده اند، به ترتیب از رابطه‌های ۱۴ و ۱۵ بدست می‌آیند.

$$AIC = N \log(MSE) + 2(P) \quad (14)$$

$$BIC = N \log(MSE) + (P) \times \log(N) \quad (15)$$

که در آن‌ها  $N$  تعداد مشاهدات،  $MSE$  میانگین مربعات خطا و  $P$  تعداد پارامترهای برازش داده شده است، و هر تابع مفصلی که مقدار معیارهای اطلاعاتی آکائیکه و بیزی آن

برای تخمین پارامتر تابع مفصل ( $\theta$ ) از میان روش‌های ارائه شده، استفاده از روش‌های مبتنی بر رتبه مانند برآورد حداکثر شبه‌درستنمایی (MPL)<sup>۱</sup> معکوس تاو-کندال، و معکوس رنو اسپیرمن بیشتر از سایر روش‌ها توصیه گردیده است. چرا که در این روش‌ها از توزیع حاشیه‌ای تجربی به جای توزیع حاشیه‌ای پارامتری استفاده می‌شود، و در صورتی که توزیع حاشیه‌ای پارامتری بدرستی انتخاب نشده باشد، محاسبات ما با مشکل مواجه نخواهد شد. در این پژوهش به منظور تخمین پارامتر تابع مفصل روش حداکثر شبه‌درستنمایی به کار گرفته شد (Requena, et al., 2013).

## ۲-۷- انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل

جهت شناسایی تابع مفصل مناسب برای هر یک از جفت متغیرها، لازم است تا آزمون‌های نیکویی به کار گرفته شوند. این آزمون‌ها در قالب ابزارهای گرافیکی و آزمون‌های عددی، مانند: آزمون کرامر و فون میزس<sup>۲</sup> ( $S_n$ ) رابطه ۱۲، وجود دارد.

$$S_n = \sum_{i=1}^n \left\{ C_n \left( \frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) - C_{\theta_n} \left( \frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) \right\}^2 \quad (12)$$

که در آن  $R_i$  رتبه  $x_i$  در میان  $(x_1, \dots, x_n)$ ،  $S_i$  رتبه  $y_i$  در میان  $(y_1, \dots, y_n)$  و  $C_n$  مفصل تجربی (ناپارامتریک و بر اساس رتبه) می‌باشد و از رابطه ۱۳ بدست می‌آید:

<sup>4</sup> Bayesian information criterion

<sup>5</sup> Root Mean Square Error

<sup>6</sup> Logarithm likelihood estimation

<sup>1</sup> Maximum pseudo-likelihood

<sup>2</sup> Cramér-von Mises criterion

<sup>3</sup> Akaike information criterion

توزیع احتمال مشروط  $X_j$  با محدودیت  $X_1, X_2, \dots, X_{j-1}$  است (Bai, et al., 2021). اما از آنجایی که تجزیه رابطه ۱۸ برای بیش از دو بعد، موجب گستردگی و پیچیدگی محاسبات می‌شود، بد فورد و کوک در سال ۲۰۰۱ یک مدل گرافیکی را تحت عنوان مفصل‌های واین ارائه نمودند. این مفصل‌ها با انعطاف‌پذیری بالایی که دارند، توزیع‌های چندمتغیره را به توزیع‌های دو متغیره تبدیل و در نتیجه حجم محاسبات را کمتر می‌کنند. ساختار مفصل‌های واین به صورت درختی است و به دو دسته (۱) سی-های و این که درخت‌هایی با ساختار ستاره‌ای هستند (شکل ۳، آ) و (۲) دی-واین که درخت‌های با ساختار خطی‌اند (شکل ۳، ب)، تقسیم بندی می‌شوند. در ساختار سی-واین، گره ریشه اول با توجه میزان وابستگی متغیرها مشخص می‌شود و با استفاده از مفصل دو متغیره برای هر جفت متغیر مدل‌سازی انجام می‌شود. مدل‌سازی در گره ریشه دوم با توجه به وابستگی جفت متغیرها به شرط گره ریشه اول ادامه می‌یابد. بدین ترتیب، ساختار ستاره‌ای با بررسی وابستگی جفت متغیرها به شرط تمام گره‌ها در ریشه‌های قبلی تشکیل می‌شود. در ساختار دی-واین، ابتدا وابستگی متغیرهای اول و دوم، متغیرهای دوم و سوم، متغیرهای سوم و چهارم و متغیرهای چهارم و پنجم با استفاده از مفصل دو متغیره مدل‌سازی می‌شوند. سپس در درخت دوم وابستگی بین متغیرهای اول و سوم به شرط متغیر دوم، متغیرهای دوم و چهارم به شرط متغیر سوم و پنجم به شرط متغیر چهارم بررسی می‌گردد. بدین ترتیب، ساختار خطی با در نظر گرفتن وابستگی دو متغیره به شرط متغیر یا متغیرهای مشترک بین آن دو در درخت قبلی ایجاد می‌شود (Bedford and Cooke, 2002; Czado, Schepsmeier, and Brechmann, 2013; 2019). به طور کلی انعطاف‌پذیری ساختار دی-واین از ساختار سی-واین بیشتر است (Aas, et al., 2009). باید توجه داشت که در حالت سه‌بعده تفاوتی بین ساختار سی-واین و دی-واین وجود ندارد (Graler, et al., 2013). تابع توزیع احتمال مشترک  $n$  بعدی ساختار سی-واین و ساختار دی-واین به ترتیب با رابطه‌های ۱۹ و ۲۰ بیان می‌شوند:

کمتر باشد، برازش بهتری بر داده‌های مورد نظر داشته است (Akaike, 1974; Schwarz, 1978). میانگین مربعات خطا و ریشه میانگین مربعات خطا از رابطه ۱۶ محاسبه می‌شود.

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^N [x_c(i) - x_0(i)]^2} \quad (16)$$

که در آن  $N$  تعداد مشاهدات،  $k$  تعداد پارامترهای استفاده شده در برآورد مقادیر محاسباتی و  $x_c(i)$  و  $x_0(i)$  به ترتیب مقادیر محاسبه و مشاهده شده نام می‌باشد. مطابق این معیار هر تابع مفصلی که مقدار ریشه میانگین مربعات خطای آن کمتر باشد، برازش بهتری بر روی داده‌های مورد نظر داشته و برگزیده می‌شود (salari, et al., 2015; Chen and Lin, 2016). حداکثر لگاریتم تابع درست‌نمایی نیز از رابطه ۱۷ محاسبه می‌شود.

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log [c_{\theta}(F_X(x_i), F_Y(y_i))] \quad (17)$$

که در آن  $c_{\theta}$  چگالی تابع مفصل و  $F_X(x_i)$  و  $F_Y(y_i)$  تابع‌های توزیع تجمعی حاشیه‌ای هستند. مطابق این معیار هر تابع مفصلی که مقدار حداکثر لگاریتم تابع درست‌نمایی آن بیشتر باشد برازش بهتری بر روی داده‌های مورد نظر داشته و برگزیده می‌شود (Zhang and Singh, 2012).

## ۸-۲- مفصل‌های واین

برای تعریف ساختار جفت مفصل‌ها در حالت  $n$  بعدی  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  را در نظر گرفته، آنگاه تابع توزیع احتمال مشترک آن‌ها  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  را می‌توان به صورت رابطه ۱۸ تجزیه کرد.

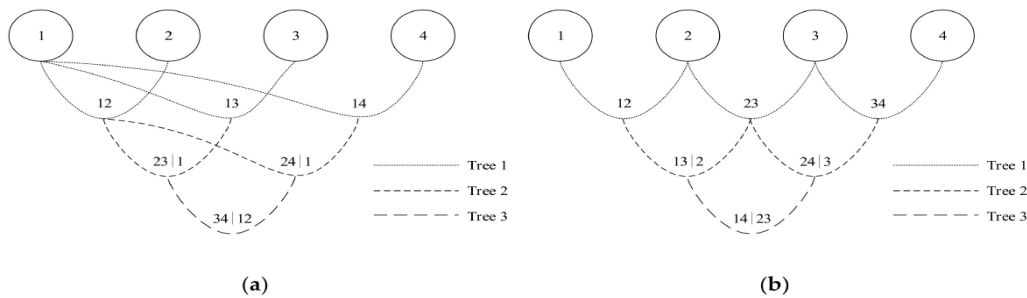
$$f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1) f_{X_2|X_1}(x_2) f_{X_3|X_1, X_2}(x_3) \dots f_{X_n|X_1, X_2, \dots, X_{n-1}}(x_n) \quad (18)$$

که در آن  $f_{X_i}(x_i)$ ،  $i=1, 2, \dots, n$  تابع توزیع احتمال مشترک متغیر ورودی  $X_i$  و  $f_{X_j|X_1, X_2, \dots, X_{j-1}}(x_j)$ ،  $j=2, 3, \dots, n$

$$F_{X_i|X_j}(x_i) = \frac{\partial C(u_i, u_j | \theta)}{\partial u_j} \quad (21)$$

$$f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^n f_{X_k}(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{j,j+i, \dots, j-1} \left( F_{X_j|X_1, \dots, X_{j-1}}(x_j), F_{X_{j+i}|X_1, \dots, X_{j-1}}(x_{j+i}) \right) \quad (19)$$

$$f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^n f_{X_k}(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{i,i+j, \dots, i+j-1} \left( F_{X_i|X_{i+1}, \dots, X_{i+j-1}}(x_i), F_{X_{i+j}|X_{i+1}, \dots, X_{i+j-1}}(x_{i+j}) \right) \quad (20)$$



شکل ۳ (آ) ساختار سی-واین با ۴ متغیر، ۳ درخت، و ۶ لبه، که در آن گره ۱ گره ریشه است، (ب) ساختار دی-واین با ۴ متغیر، ۳ درخت و ۶ لبه. به طور خاص، اعداد در هر یال نشان دهنده مفصل دومتغیره بین هر متغیر مجاور هستند (Yu, R., et al. 2020).

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) = & f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \cdot f_4(x_4) \\ & \cdot c_{12} \{F_1(x_1) \cdot F_2(x_2)\} \\ & \cdot c_{23} \{F_2(x_2) \cdot F_3(x_3)\} \\ & \cdot c_{34} \{F_3(x_3) \cdot F_4(x_4)\} \\ & \cdot c_{13|2} \{F(x_1 | x_2) \cdot F(x_3 | x_2)\} \\ & \cdot c_{24|3} \{F(x_2 | x_3) \cdot F(x_4 | x_3)\} \\ & \cdot c_{14|23} \{F(x_1 | x_2, x_3) \cdot F(x_4 | x_2, x_3)\} \end{aligned} \quad (23)$$

#### ۹-۲- برآورد دوره بازگشت متغیرهای سیل

برای محاسبه دوره بازگشت تک‌متغیر، یک متغیر مانند دبی-اوج سیل، از رابطه ۲۱ استفاده می‌شود، که در آن‌ها  $T_p$ ، اوج سیل به ترتیب دوره بازگشت تک‌متغیر و تابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای متغیر دبی اوج سیل هستند. تابع توزیع تجمعی نیز مطابق رابطه ۲۲ برابر است با مقدار احتمال اینکه یک متغیر تصادفی مانند  $P$  کوچکتر یا مساوی یک مقدار ممکن  $p$  باشد.

$$T_p = \frac{1}{1 - F_p(p)} \quad (24)$$

$$F_p(p) = P[P \leq p] \quad (25)$$

که در آن  $u_j = F_{X_j}(x_j)$  و  $u_i = F_{X_i}(x_i)$  تابع‌های توزیع تجمعی حاشیه‌ای متغیرهای  $x_j$  و  $x_i$ ،  $C(u_i, u_j)$  تابع مفصل و پارامتر تابع مفصل است، که از روش‌های مختلف بدست می‌آید (Bai, et al., 2021).

به طور کلی براساس معادله‌های ۱۹ و ۲۰، ساختار مفصل-های سی-واین و دی-واین چهارمتغیر به ترتیب مطابق رابطه‌های ۲۲ و ۲۳ بیان می‌شود (Aas, et al. 2009).

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) = & f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \cdot f_4(x_4) \\ & \cdot c_{12} \{F_1(x_1) \cdot F_2(x_2)\} \\ & \cdot c_{13} \{F_1(x_1) \cdot F_3(x_3)\} \\ & \cdot c_{14} \{F_1(x_1) \cdot F_4(x_4)\} \\ & \cdot c_{23|1} \{F(x_2 | x_1) \cdot F(x_3 | x_1)\} \\ & \cdot c_{24|1} \{F(x_2 | x_1) \cdot F(x_4 | x_1)\} \\ & \cdot c_{34|12} \{F(x_3 | x_1, x_2) \cdot F(x_4 | x_1, x_2)\} \end{aligned} \quad (22)$$

برای سایر متغیرها نیز رابطه‌ای مطابق رابطه‌های ۲۶ و ۲۷ وجود دارد.

$$T_{(P,V,D,S)}^{OR} = \frac{1}{1 - P(P \leq p, V \leq v, D \leq d, S \leq s)} \quad (28)$$

$$= \frac{1}{1 - C(x_1, x_2, x_3, x_4)}$$

دوره بازگشت در حالت  $\{و\}$  با دو، سه و چهارمتغیر به- ترتیب از رابطه‌های ۲۹، ۳۰ و ۳۱ محاسبه می‌شوند. که در آن‌ها  $x_1 = F_p(p)$ ،  $x_2 = F_v(v)$ ،  $x_3 = F_D(d)$  و  $x_4 = F_S(s)$  مقادیر تابع‌های توزیع تجمعی حاشیه‌ای و  $C(x_1, x_2, x_3, x_4)$  تابع مفصل چهارمتغیره منتخب می- باشند (Latif and Mustafa, 2020).

$$T_{(P,V)}^{AND} = \frac{1}{1 - F_p(p) - F_v(v) + C(x_1, x_2)} \quad (29)$$

$$T_{(P,V,D)}^{AND} = \frac{1}{1 - F_p(p) - F_v(v) - F_D(d) + C(x_1, x_2) + C(x_1, x_3) + C(x_2, x_3) - C(x_1, x_2, x_3)} \quad (30)$$

$$T_{(P,V,D,S)}^{AND} = \frac{1}{1 - F_p(p) - F_v(v) - F_D(d) - F_S(s) + C(x_1, x_2) + C(x_1, x_3) + C(x_1, x_4) + C(x_2, x_3) + C(x_2, x_4) + C(x_3, x_4) - C(x_1, x_2, x_3) - C(x_1, x_2, x_4) - C(x_2, x_3, x_4) - C(x_1, x_3, x_4) + C(x_1, x_2, x_3, x_4)} \quad (31)$$

۱۳۵۳ تا ۱۳۹۳) دبی روزانه ثبت شده در ایستگاه دوآب‌مرگ استفاده شد و با رسم هیدروگراف‌های سیل سالانه در نرم- افزار اکسل و روابط بیان شده در بخش ۲-۲ مقادیر این متغیرها تعیین شد. با توجه به پراکندگی قابل قبول داده‌ها می‌توان نتیجه گرفت داده‌ها از دقت کافی برخوردار هستند. خلاصه مشخصات آماری متغیرهای سیلاب در جدول ۲ ارائه شده است.

### ۳-۲- انتخاب مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی

متغیرهای دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل در نرم‌افزار ایزی‌فیت با ۶۵ تابع توزیع احتمالاتی برارزش داده شدند و براساس آزمون‌های نیکویی برازش موجود در آن (کلموگوروف-اسمیرنوف، آندرسون دارلینگ و کای

برای محاسبه دوره بازگشت چندمتغیر با استفاده از تابع‌های مفصل روش‌های مختلفی وجود دارد که از میان آن‌ها روش دوره بازگشت توام در دو حالت  $\{یا\}$  و  $\{و\}$  در هیدرولوژی کاربرد بیشتری دارد (Salvadori, et al., 2007). در این پژوهش برای محاسبه دوره بازگشت توام چهار متغیر دبی- اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل، از دوره بازگشت توام در دو حالت  $\{یا\}$  که در آن یکی از متغیرها از حد آستانه خود بیشتر و  $\{و\}$  که در آن همه‌ی متغیرهای تصادفی از حد آستانه خود بیشتر می‌باشند، استفاده شده است. دوره بازگشت در حالت  $\{یا\}$  با دو، سه و چهارمتغیر به ترتیب از رابطه‌های ۲۶، ۲۷ و ۲۸ محاسبه می‌شوند.

$$T_{(P,V)}^{OR} = \frac{1}{1 - P(P \leq p, V \leq v)} \quad (26)$$

$$= \frac{1}{1 - C(x_1, x_2)}$$

$$T_{(P,V,D)}^{OR} = \frac{1}{1 - P(P \leq p, V \leq v, D \leq d)} \quad (27)$$

$$= \frac{1}{1 - C(x_1, x_2, x_3)}$$

### ۳- نتایج و بحث

در این بخش، توزیع مشترک چهار متغیره ویژگی‌های سیل بر اساس چهار متغیر دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل تعیین می‌شود. به همین منظور، ابتدا با استفاده از نرم افزار اکسل مشخصه‌های سیل استخراج و سپس توزیع حاشیه‌ای مناسب هر یک از آن‌ها با کمک نرم افزار ایزی‌فیت تعیین می‌گردد. در ادامه برای تحلیل فراوانی و بدست آوردن توزیع مشترک چهارمتغیره کدنویسی در محیط نرم‌افزار آماری آر انجام می‌شود.

### ۳-۱- تعیین مشخصه‌های سیل

برای استخراج چهار مشخصه سیلاب یعنی دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل از داده‌های ۴۱ ساله (سال‌های

برای متغیر رسوب سیل نیز پی-ارزش برابر با ۰.۷۹۷۲ و بزرگتر از ۰/۰۵ است، پس توزیع ویبول با پارامترهای مقیاس ۰/۵۹۰۵ و شکل ۲۲۱۶ برای برازش این متغیر مناسب است.

جدول ۲ مشخصات آماری داده‌ها.

متغیر	تعداد داده‌ها	میانگین	کمترین	بیشترین
دبی اوج (m <sup>3</sup> /s)	41	38.92	3.62	123.92
حجم (m <sup>3</sup> /s * day)	41	1035.96	59.46	3124.12
مدت زمان (day)	41	127.95	29	242
رسوب (m3)	41	3053.00	4.95	11776.03

اسکوئر) تابع توزیع‌های احتمالاتی که بهترین برازش را بر روی هر یک از متغیرها داشتند، انتخاب شدند. علاوه بر این برای صحت‌سنجی نتایج بدست آمده از نرم‌افزار ایزی‌فیت، کدنویسی در نرم‌آمار آر نیز انجام شد. نتایج حاصل از این دو نرم‌افزار در جدول ۳ ارائه شده است. مطابق آزمون کولموگروف اسمیرنوف چون پی-ارزش برابر ۰/۸۶۸۲ و از ۰/۰۵ بزرگتر است، توزیع لوگ‌نرمال با پارامترهای مکان ۳/۲۷۵ و مقیاس ۰/۹۲۳ برای برازش متغیر دبی‌اوج مناسب می‌باشد. برای متغیر حجم سیلاب چون پی-ارزش برابر با ۰/۸۸۰۹ و بزرگتر از ۰/۰۵ است، پس توزیع ویبول با پارامترهای مقیاس ۱/۲۵۹۴ و شکل ۱۱۱۱/۶۴۹۳ برای برازش متغیر حجم سیلاب مناسب می‌باشد. برای متغیر مدت زمان سیل نیز پی-ارزش برابر با ۰/۶۹۵۲ و بزرگتر از ۰/۰۵ است، پس توزیع ویبول با پارامترهای مقیاس ۲/۴۰۳ و شکل ۱۴۴/۸۸۰۴ برای برازش این متغیر مناسب است.

جدول ۳ نتایج حاصل از آزمون نیکویی برازش توابع توزیع حاشیه‌ای.

متغیر	توزیع احتمال	پارامتر	آندرسون-دارلینگ	کرامر فون میزس	کولموگروف-اسمیرنوف	p-value
دبی اوج	لوگ نرمال	$\mu=3.275$ $s=0.923$	0.3083	0.0429	0.0895	0.8682
حجم	ویبول	$a=1.2594$ $\beta=1111.6493$	0.4155	0.0655	0.0978	0.8809
مدت زمان	ویبول	$a=2.4030$ $\beta=144.8804$	0.5103	0.0775	0.1107	0.6952
رسوب	ویبول	$a=0.5905$ $\beta=2216.034$	0.7259	0.0990	0.1002	0.7972

### ۳-۳- همبستگی بین متغیرها

جدول ۴ همبستگی بین جفت متغیرها.

p-value	تاو کندال	جفت متغیر
5.231e-11	0.6512	دبی اوج-حجم
0.0420	0.2211	دبی اوج-مدت زمان
2.908e-06	0.4878	دبی اوج-رسوب
4.333e-06	0.4997	حجم-مدت زمان
5.927e-07	0.5170	حجم-رسوب

همبستگی بین جفت متغیرهای سیلاب، یعنی دبی اوج-حجم، دبی اوج-مدت زمان، دبی اوج-رسوب، حجم-مدت زمان، حجم-رسوب و مدت زمان-رسوب، براساس ضریب همبستگی تاو کندال محاسبه و در جدول ۴ ارائه شده است. با مشاهده مقادیر پی-ارزش‌ها می‌توان دریافت که بین همه‌ی متغیرهای موجود همبستگی مثبت و قوی وجود دارد، چراکه پی-ارزش آن‌ها از ۰/۰۵ کمتر می‌باشد.

اطلاعات آکائیکه و بیزی و ریشه میانگین مربعات خطا، و بیشترین مقدار لگاریتم تابع درست‌نمایی انتخاب گردید. مطابق چنین جدولی برای جفت متغیرهای دیگر نیز تهیه گردیده، که برای جلوگیری از بالا رفتن حجم مقاله از آوردن آن‌ها پرهیز شده است.

جدول ۵ تابع‌های مفصل منتخب برای هر یک از جفت متغیرها.

جفت متغیر	مفصل	پارامتر	تاوکنندال
دبی اوج-حجم	نرمال	0.8674	0.67
دبی اوج-مدت زمان	کلیتون	0.7477	0.27
دبی اوج-رسوب	گامبل	1.8942	0.47
حجم-مدت زمان	کلیتون	2.1299	0.52
حجم-رسوب	فرانک	5.89	0.51
مدت زمان-رسوب	نرمال	0.5696	0.39

مدت زمان-رسوب 0.3701 0.0006

### ۳-۴- انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل

در این بخش مفصل‌های ارشمیدسی و بیضوی با استفاده از کدنویسی در نرم افزار آر و براساس آزمون کرامر فون میزس و معیارهای لگاریتم تابع درست‌نمایی، ریشه میانگین مربعات خطا و اطلاعات آکائیکه و بیزی برای همه‌ی جفت متغیرها مورد ارزیابی قرار گرفتند. همچنین در جهت صحت‌سنجی و انتخاب بهتر، تابع مفصل برای هر یک از جفت متغیرها با استفاده از توزیع حاشیه‌ای تجربی و پکیج *gofCopula* (در نرم افزار آر) نیز برآورد شد. تابع مفصل منتخب به همراه خصوصیات آن، برای هر یک از جفت متغیرها در جدول ۵ ارائه شده است. همچنین به عنوان نمونه نتایج حاصل از آزمون کرامر فون میزس و معیارهای نام برده شده برای جفت متغیر دبی اوج-حجم سیل در جدول ۶ ارائه شده است، که براساس آن تابع مفصل نرمال با داشتن کمترین مقدار آماره‌های کرامر فون میزس، معیارهای

جدول ۶ نتایج آزمون کرامر فون میزس و معیارهای لگاریتم تابع درست‌نمایی، اطلاعات آکائیکه و بیزی و جذرمیانگین مربعات خطا برای جفت متغیر دبی اوج-حجم سیل.

مفصل	پارامتر	کرامر فون میزس		آکائیکه	بیزی	لگاریتم تابع درست‌نمایی	جذرمیانگین مربعات خطا
		Test statistics	p-value				
کلیتون	2.7636	0.0416	0.1254	-42.6611	-40.9476	22.3305	0.0318
گامبل	2.7962	0.0391	0.0424	-46.5166	-44.8031	24.2583	0.0308
نرمال	0.8674	0.0272	0.1294	-49.9631	-48.2496	25.9815	0.0257
جو	3.2843	0.0881	0.0014	-36.8820	-35.1685	19.4410	0.0463
فرانک	9.6175	0.0310	0.0704	-46.8497	-45.1361	24.4248	0.0274
تی	0.8229	0.0367	0.0634	-48.1082	-44.6810	26.0541	0.0258

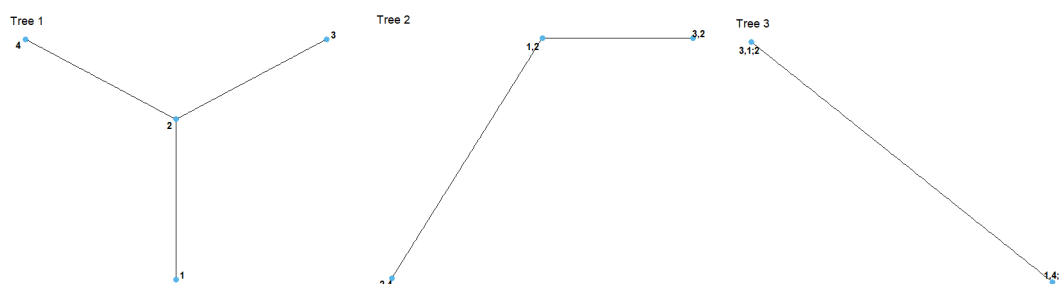
بدست آمده در شکل ۴ و جدول ۷، برای ساختار سی-واین در درخت اول متغیر حجم در گره ریشه قرار گرفته و با سه متغیر دیگر پیوند برقرار می‌کند و این از نشان وابستگی زیاد متغیر حجم با سایر متغیرهاست. در درخت دوم، دو پیوند بین متغیرهای دبی اوج-رسوب مشروط بر متغیر حجم

### ۳-۵- مفصل‌های واین

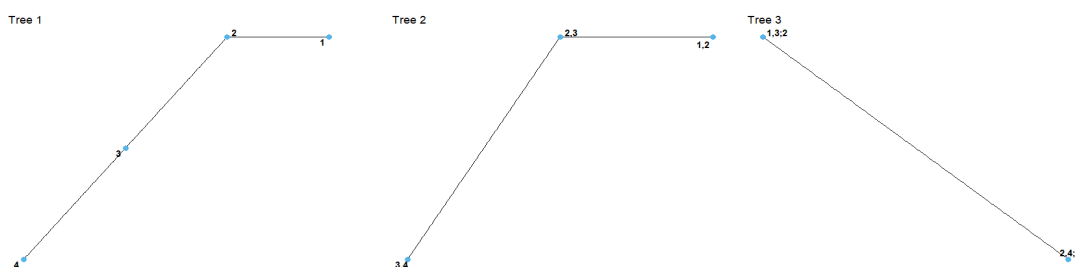
در این مرحله به ترتیب چهار متغیر دبی اوج (۱)، حجم (۲)، رسوب (۳) و مدت زمان (۴) سیل، با استفاده از پکیج *vine copula* و ساختارهای سی-واین و دی-واین چهاربعدی، در نرم افزار آر مورد بررسی قرار گرفتند. مطابق با نتایج

شده است. و در درخت سوم تنها یک پیوند بین دبی اوج-مدت زمان مشروط بر متغیرهای حجم-رسوب ایجاد شده است. در جدول ۸ نیز مقدار معیارهای اطلاعات آکائیکه، بیزی و لگاریتم تابع درست‌نمایی برای بهترین ساختار سی-واین و دی-واین ارائه شده است، که براساس این معیارها ساختار سی-واین با داشتن بیشترین مقدار معیار لگاریتم تابع درست‌نمایی و کمترین مقدار معیارهای اطلاعات آکائیکه و بیزی مناسب‌تر از ساختار دی-واین می‌باشد.

و متغیرهای مدت زمان-دبی اوج مشروط بر متغیر حجم برقرار شده است. و در درخت سوم تنها یک پیوند بین متغیرهای مدت زمان-رسوب مشروط بر متغیرهای دبی اوج-حجم برقرار شده است. مطابق شکل ۵ و جدول ۷، برای ساختار دی-واین نیز در درخت اول سه پیوند بین متغیرهای دبی اوج-حجم، حجم-رسوب و رسوب-مدت زمان برقرار شده است. در درخت دوم، دو پیوند بین متغیرهای دبی اوج-رسوب مشروط بر متغیر حجم و متغیرهای مدت زمان-حجم مشروط بر متغیر رسوب برقرار



شکل ۴ ساختار مفصل سی-واین.



شکل ۵ ساختار مفصل دی-واین.

جدول ۷ نتایج ساختارهای سی-واین و دی-واین.

دی-واین		سی-واین				درخت
پارامتر	بهترین مفصل	لبه	پارامتر	بهترین مفصل	لبه	
0.8556	نرمال	1,2	0.8556	نرمال	2,1	درخت 1
6.0555	فرانک	2,3	6.0555	فرانک	3,2	
0.5492	نرمال	3,4	1.9975	کلیتون	4,2	
0.2054	نرمال	1,3 2	0.2054	نرمال	1,3 2	درخت 2
2.1936	جو 180°	2,4 3	-0.6595	نرمال	4,1 2	
-0.7098	نرمال	1,4 2,3	0.4230	نرمال	4,3 1,2	درخت 3

مربوط به آن‌ها در جدول ۱۰ ارائه شده است. مطابق نتایج بدست آمده در جدول ۱۰، هرچه تعداد متغیرها بیشتر می‌شود دوره بازگشت در حالت {یا} کمتر و دوره بازگشت در حالت {و} بیشتر از مقدار دوره بازگشت تک‌متغیره می‌گردد (به عنوان مثال: دوره بازگشت توام ۲ سال دومتغیره دبی اوج و حجم سیل در حالت {یا} برابر با ۱/۷۱۵۶ و در حالت {و} برابر با ۲/۳۹۷۶ بدست آمده است. در حالی که دوره بازگشت توام ۲ سال چهار متغیر دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل در حالت {یا} برابر با ۱/۳۷۷۸ و در حالت {و} برابر با ۴/۱۲۴۲ بدست آمده است). از همین رو، استفاده از نتایج دوره بازگشت توام در حالت {و} برای طراحی پروژه‌های مهندسی منطقی‌تر است. زیرا این حالت زمانی رخ می‌دهد که همه‌ی متغیرهای مورد نظر از حد آستانه خود بیشتر باشند و این موضوع سبب وقوع سیلی با دبی طرح بزرگتر می‌شود.

جدول ۸ مقادیر معیارهای مهم برای مفصل‌های واین.

معیار	سی-واین	دی-واین
آکائیکه	-132.6	-126.05
بیزی	-122.32	-115.76
لگاریتم تابع درست‌نمایی	72.3	69.02

### ۳-۶- تعیین دوره بازگشت

پیش از محاسبه دوره بازگشت توام لازم است تا حد آستانه هر یک از متغیرهای سیل مشخص گردد. از همین رو، ابتدا با استفاده از رابطه دوره بازگشت تک‌متغیره مقادیر چهار متغیر دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل براساس دوره بازگشت‌های ثابت ۲، ۵، ۱۰، ۲۰ و ۱۰۰ برآورد گردد. سپس این مقادیر به عنوان حد آستانه متغیرها برای محاسبه دوره بازگشت توام در نظر گرفته می‌شود. مقادیر دوره بازگشت‌های تک، دو، سه و چهار متغیره و حد آستانه

جدول ۹ مقادیر دوره بازگشت‌های مختلف و متغیرهای مربوط به آن‌ها.

$T_p = T_v = T_D = T_s$	2	5	10	20	100
$V(m^3)$	849.9546	1652.8771	2193.0253	2699.4530	3790.6425
$P(m^3/s)$	26.4474	57.5157	86.3197	120.7150	226.4544
$D(day)$	125	177	205	229	273
$S(m^3)$	1192	5000	9098.5	14207.5	29427
$T_{P,V}^{AND}$	2.3976	7.0279	15.5718	34.2170	208.7089
$T_{P,V}^{OR}$	1.7156	3.8808	7.3648	14.1293	65.7521
$T_{P,D}^{AND}$	2.9104	14.0631	50.3231	191.8978	443.483
$T_{P,D}^{OR}$	1.5331	3.0566	5.5521	10.5992	50.1788
$T_{P,S}^{AND}$	2.7143	8.0251	16.8910	34.7401	177.6557
$T_{P,S}^{OR}$	1.5837	3.6514	7.1024	14.0424	69.5842
$T_{V,D}^{AND}$	2.9138	14.1181	50.6548	193.6825	451.119
$T_{V,D}^{OR}$	1.5339	3.062	5.5694	10.6473	50.4062
$T_{V,S}^{AND}$	2.5059	9.080	26.7528	88.0636	1821.079
$T_{V,S}^{OR}$	1.6665	3.4784	6.1756	11.3419	51.8316
$T_{D,S}^{AND}$	2.6648	8.74493	20.7083	49.2598	348.0946

$T_{D,S}^{OR}$	1.6115	3.5403	6.5922	12.6174	57.6526
$T_{P,V,D}^{AND}$	2.2543	7.3123	16.8612	42.5830	333.9567
$T_{P,V,D}^{OR}$	1.1432	2.0964	3.6982	7.0521	33.4448
$T_{P,V,S}^{AND}$	2.2689	8.5443	18.261	40.7995	260.1728
$T_{P,V,S}^{OR}$	1.4526	2.7210	4.7915	8.8731	40.6504
$T_{P,D,S}^{AND}$	3.5824	12.2579	27.0405	55.7382	221.7836
$T_{P,D,S}^{OR}$	1.4539	2.7525	4.7415	8.8731	39.0625
$T_{V,D,S}^{AND}$	3.3136	15.3133	64.0213	879.0436	950.5703
$T_{V,D,S}^{OR}$	1.4550	2.7442	4.7938	8.8495	40
$T_{P,V,D,S}^{AND}$	4.1242	25.3427	88.7539	136.147	335.0084
$T_{P,V,D,S}^{OR}$	1.3778	2.4461	3.9714	6.3996	29.8585

مشخص شد که، ساختار سی-واین با داشتن کمترین مقدار معیار آکائیکه (۱۳۲/۶-) و بیزی (۱۲۲/۳۲-) و بیشترین مقدار لگاریتم تابع درست‌نمایی (۷۲/۳) عملکرد بهتری از ساختار دی-واین دارد. این نتیجه با نتایج بدست آمده توسط (امینی و همکاران، ۱۳۹۹) مطابقت دارد.

به‌طورکلی، دوره بازگشت چهارمتغیره در حالت {و} از دوره بازگشت چهارمتغیره در حالت {یا} و دوره بازگشت تک‌متغیره مقدار بیشتری دارد و برعکس. همین موضوع سبب می‌شود که در طراحی سازه‌ها در صورت تقدم ایمنی بر هزینه از نتایج دوره بازگشت در حالت {و} استفاده شود، زیرا در حالت {و} همه‌ی متغیرهای مورد نظر از حد آستانه خود بیشتر هستند و این امر موجب رخداد سیل با دبی طرح بزرگتری است. علاوه‌براین، (۱) متغیر رسوب بر وقوع سیلاب در حوضه آبریز قره‌سو نقش دارد زیرا با سه متغیر مهم سیل یعنی دبی اوج، حجم و مدت زمان سیل دارای همبستگی مثبت و قوی است. و (۲) مفصل‌های واین برای تحلیل سیلاب با بیش از دو متغیر بسیار کارآمد هستند زیرا ضمن کاستن از حجم کلی محاسبات، محاسبات مربوط به دوره بازگشت را نیز آسان‌تر می‌کنند. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده نقش متغیرهای دیگر نیز بر وقوع سیلاب مورد ارزیابی قرار گیرد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش برای تحلیل سیلاب در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو از چهار متغیر دبی اوج، حجم، مدت زمان و رسوب سیل، و مفصل‌های واین (سی-واین و دی-واین) استفاده شد. پس از تعیین مشخصه‌های اصلی سیلاب توزیع لوگ-نرمال به عنوان توزیع‌های حاشیه‌ای متغیر دبی اوج و توزیع ویبول به عنوان توزیع‌های حاشیه‌ای سه متغیر حجم، مدت زمان و رسوب سیل انتخاب شد. همچنین، با استفاده از آزمون کرامر فون میزس و معیارهای لگاریتم تابع درست-نمایی، ریشه میانگین مربعات خطا، اطلاعات آکائیکه و بیزی مشخص گردید که، برای جفت متغیرهای دبی اوج-حجم و مدت زمان-رسوب تابع مفصل نرمال، برای جفت متغیرهای دبی اوج-مدت زمان و حجم-مدت زمان تابع مفصل کلیتون، برای جفت متغیرهای دبی اوج-رسوب تابع مفصل گامبل و برای جفت متغیرهای حجم-رسوب تابع مفصل فرانک مناسب است.

استفاده از معیارهای اطلاعات آکائیکه، بیزی و لگاریتم تابع درست‌نمایی، به‌جای روش جایگشت ساختارهای مختلف سی-واین و دی-واین در پژوهش‌های (شفائی و همکاران، ۱۳۹۵)، (امینی و همکاران، ۱۳۹۹) و (رحمانی و همکاران، ۱۳۹۹) برای تعیین بهترین ساختار سی-واین و دی-واین موجب کم شدن محاسبات و راحتی کار ما گردید. همچنین،

## ۵- سپاس‌گزاری

لازم است در اینجا از همکاری سازمان آب و برق استان خوزستان جهت ارائه داده‌های مورد نیاز و به کار برده شده در این پژوهش، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشیم.

## منبع‌ها

11. Chen, Y. and P. Lin (2016). "Bivariate Discontinuous Flood Frequency Analysis Based on Archimedean Copula Functions".
12. Chen, L. and S. Guo (2019). Copulas and its application in hydrology and water resources, Springer.
13. Chebana, F., & Ouarda, T. B. (2011). Multivariate quantiles in hydrological frequency analysis. *Environmetrics*, 22(1), 63-78.
14. Chowdhary, H., et al. (2011). "Identification of suitable copulas for bivariate frequency analysis of flood peak and flood volume data ". *Hydrology Research* 42(2-3): 193-216.
15. Czado, C. (2019). "Analyzing dependent data with vine copulas." *Lecture Notes in Statistics*, Springer 222.
16. da Rocha Júnior, R. L., et al. (2020). "Bivariate assessment of drought return periods and frequency in brazilian northeast using joint distribution by copula method." *Geosciences* 10(4): 135.
17. Farrokhi, A., et al. (2021). "Meteorological drought analysis in response to climate change conditions, based on combined four-dimensional vine copulas and data mining (VC-DM)." *Journal of hydrology* 603: 127135.
18. Favre, A. C., El Adlouni, S., Perreault, L., Thiémondge, N., & Bobée, B. (2004). Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water resources research*, 40. (1)
19. Ganguli, P. and M. J. Reddy (2013). "Probabilistic assessment of flood risks using trivariate copulas." *Theoretical and applied climatology* 111(1): 341-360.
20. Graler, B., et al. (2013). "Multivariate return periods in hydrology: a critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation." *Hydrology and Earth System Sciences* 17(4): 1281-1296.
21. Grams, P. E. and J. C. Schmidt (2005). "Equilibrium or indeterminate? Where sediment budgets fail: Sediment mass balance and adjustment of channel form, Green River downstream from Flaming Gorge Dam, Utah and Colorado." *Geomorphology* 71(1-2): 156-181.
22. Hooke, J. (2019). "Extreme sediment fluxes in a dryland flash flood." *Scientific reports* 9(1): 1-12.
23. Jane, R., et al. (2020). "Multivariate statistical modelling of the drivers of compound flood events in south Florida."
1. Aas, K., et al. (2009). "Pair-copula constructions of multiple dependence." *Insurance: Mathematics and economics* 44(2): 182-198.
2. Afsharypour, z., et al. (2018). "Evaluation of hydrological design of dam spillway using copula based bivariate return periods (Case study: Golestan 2 dam, Golestan Province)." *Irrigation and Water Engineering* 8(3): 78-93. (In Persian)
3. Afsharypour, z., et al. (2019). "Bivariate frequency analysis of rainfall intensity and depth using copula functions (Case study: Chehelchai Watershed, GorganRood, Golestan)." *Irrigation and Water Engineering* 9(2): 121-134. (In Persian)
4. Akaike, H. (1974). "A new look at the statistical model identification." *IEEE transactions on automatic control* 19(6): 716-723.
5. Amini, S., et al. (2021). "Multivariate Flood Analysis Using Vine Copulas in Bazoft Watershed, Iran." *Journal of Range and Watershed Managment* 73(4): 674-690. (In Persian).
6. Bai, Z., et al. (2021). "A Vine Copula-Based Global Sensitivity Analysis Method for Structures with Multidimensional Dependent Variables." *Mathematics* 9(19): 2489.
7. Bedford, T. and R. M. Cooke (2001). "Probability density decomposition for conditionally dependent random variables modeled by vines." *Annals of Mathematics and Artificial intelligence* 32(1): 245-268.
8. Bedford, T. and R. M. Cooke (2002). "Vines--a new graphical model for dependent random variables." *The Annals of Statistics* 30(4): 1031-1068.
9. Beven, K. J. (2011). *Rainfall-runoff modelling: the primer*, John Wiley & Sons.
10. Bezak, N., et al. (2018). "Application of copula functions for rainfall interception modelling." *Water* 10(8): 995.

36. Nazeri Tahroudi, M., et al. (2022). "Multivariate analysis of rainfall and its deficiency signatures using vine copulas." *International Journal of Climatology* 42(4): 2005-2018. -(In Persian).
37. Nguyen-Huy, T., et al. (2020). Probabilistic seasonal rainfall forecasts using semiparametric d-vine copula-based quantile regression. *Handbook of Probabilistic Models*, Elsevier: 203-227.
38. Omidi, M., et al. (2010). "The Probabilistic Analysis of Drought Severity-Duration in Tehran Province using Copula Functions." *Iranian Journal of Soil and Water Research* 41(1): -(In Persian).
39. Papaioannou, G., et al. (2016). "Joint modelling of flood peaks and volumes: A copula application for the Danube River." *Journal of Hydrology and Hydromechanics* 64(4): 382-56. Schepsmeier, U., & Brechmann, E. (2013). Modeling dependence with C-and D-vine copulas: The R package CD vine. *J. Stat. Software*, 52(3), 1-27.
40. Poonia, V., et al. (2021). "Copula based analysis of meteorological, hydrological and agricultural drought characteristics across Indian river basins." *International Journal of Climatology* 41(9): 4637-4652.
41. Rahimi, L., et al. (2014). "Flood Frequency Analysis Using Archimedean Copula Functions Based on Annual Maximum Series (Case Study: Arazkuseh Hydrometric Station in Golestan Province)." *Iranian Journal of Irrigation & Drainage* 8(2): 353-365. (In Persian)
42. Reddy, M. J. and P. Ganguli (2012). "Bivariate flood frequency analysis of upper Godavari River flows using Archimedean copulas." *Water resources management* 26(14): 3995-4018.
43. Requena, A., et al. (2013). "A bivariate return period based on copulas for hydrologic dam design: accounting for reservoir routing in risk estimation." *Hydrology and Earth System Sciences* 17(8): 3023-3038.
44. Salari, m., et al. (2015). "Bivariate Flood Frequency Analysis Using the Copula Functions." *Irrigation Sciences and Engineering* 37(4): 29-38. (In Persian)
45. Salarpour, M., et al. (2013). "Flood frequency analysis based on t-copula for Johor River, Malaysia." *Journal of Applied Sciences* 13(7): 1021-1028. (In Persian)
46. Salarpour, M., et al. (2016). Flood Frequency Analysis Based on Gaussian Natural Hazards and Earth System Sciences 20(10): 2681-2699.
24. Jiang, C., et al. (2019). "Multivariate hydrologic design methods under nonstationary conditions and application to engineering practice." *Hydrology and Earth System Sciences* 23(3): 1683-1704.
25. Joe, H. (2014). *Dependence modeling with copulas*, CRC press.
26. Karmakar, S. and S. Simonovic (2008). "Bivariate flood frequency analysis: Part 1. Determination of marginals by parametric and nonparametric techniques." *Journal of Flood Risk Management* 1(4): 190-200.
27. Karmakar, S. and S. Simonovic (2009). "Bivariate flood frequency analysis. Part 2: A copula-based approach with mixed marginal distributions." *Journal of Flood Risk Management* 2(1): 32-44.
28. Khosravi Fard, A., et al. (2017). "The Study and Classification of Water Quality of Ghorbaghestan and Doab Merk Stations in Gharasoo River Basin." *Journal of Research in Environmental Health* 2(4): 299-310. (In Persian)
29. Kanthavel, P., et al. (2022). "Integrated Drought Index based on Vine Copula Modelling." *International Journal of Climatology*.
30. Latif, S. and F. Mustafa (2020). "Parametric vine copula construction for flood analysis for Kelantan river basin in Malaysia." *Civil Engineering Journal* 6(8): 1470-1491.
31. Li, T., et al. (2013). "Bivariate flood frequency analysis with historical information based on copula." *Journal of Hydrologic Engineering* 18(8): 1018-1030.
32. Liu, Z., et al. (2018). "A framework for exploring joint effects of conditional factors on compound floods." *Water Resources Research* 54(4): 2681-2696.
33. Mahabaleshwara, H. and H. Nagabhushan (2014). "A study on soil erosion and its impacts on floods and sedimentation." *International Journal of Research in Engineering and Technology* 3(03): 443-451.
34. Mohammadpour, O., et al. (2017). "Probabilistic Risk Analysis of Flood Events Using Trivariate Copulas." *Journal of Civil and Environmental Engineering* 46.4(85): 63-75.
35. Nashwan, M. S., et al. (2018). "Flood susceptibility assessment in Kelantan river basin using copula." *Int. J. Eng. Technol* 7(2): 584-590.

60. Wu, H., et al. (2022). "Comparison between canonical vine copulas and a meta-Gaussian model for forecasting agricultural drought over China." *Hydrology and Earth System Sciences* 26(14): 3847-3861.
61. Xu, K., et al. (2014). "Joint probability analysis of extreme precipitation and storm tide in a coastal city under changing environment." *PLoS One* doi(10): e109341.
62. Yu, R., et al. (2020). "A vine copula-based modeling for identification of multivariate water pollution risk in an interconnected river system network." *Water* 12(10): 2741.
63. Yue, S., et al. (1999). "The Gumbel mixed model for flood frequency analysis." *Journal of hydrology* 226(1-2):88-100.
64. Zeraati, S. and M. Zounemat-Kermani (2018). "Performance of Archimedean copula functions in annual flood estimation, Case study: Qarah-Soo Watershed." *Journal of Natural Environmental Hazards* 6(14): 87-102. (In Persian)
65. Zhang, L. and V. P. Singh (2012). "Bivariate rainfall and runoff analysis using entropy and copula theories." *Entropy* 14(9):1784-1812.
- Copula. ISFRAM 2015, Springer: 151-165. (In Persian)
47. Salvadori, G. and C. De Michele (2003). "A generalized pareto intensity duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas." *J Geophys Res* 108(2): 4067.
48. Salvadori, G. and C. De Michele (2004). "Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events." *Water Resources Research* 40(12).
49. Salvadori, G., et al. (2007). *Extremes in nature: an approach using copulas*, Springer Science & Business Media.
50. Schwarz, G. (1978). "Estimating the dimension of a model." *The Annals of Statistics*: 461-464.
51. Shafaei, M., et al. (2016). "Modeling the Four-Dimensional Joint Distribution Function of Flood Characteristics Using C-Vine Structure." *Iranian Journal of Irrigation & Drainage* 10(3): 327-338. (In Persian).
52. Shiau, J. (2006). "Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas." *Water resources management* 20(5): 795-815.
53. Sklar, M. (1959). "Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges." *Publ. inst. statist. univ. Paris* 8: 229-231.
54. Sraj, M., et al. (2015). "Bivariate flood frequency analysis using the copula function: a case study of the Litija station on the Sava River." *Hydrological Processes* 29(2): 225-238. DOI:10.1002/hyp.10145.
55. Stedinger, J. R. (1993). "Frequency analysis of extreme events." in *Handbook of Hydrology*.
56. Tamiru, H. and M. O. Dinka (2021). "Artificial Intelligence in Geospatial Analysis for Flood Vulnerability Assessment: A Case of Dire Dawa Watershed, Awash Basin, Ethiopia." *The Scientific World Journal* 2021.
57. Tosunoglu, F., et al. (2020). "Multivariate modeling of flood characteristics using Vine copulas." *Environmental Earth Sciences* 79(19): 1-21.
58. Vernieuwe, H., et al. (2015). "A continuous rainfall model based on vine copulas." *Hydrology and Earth System Sciences* 19(6): 2685-2699.
59. Wu, H., et al. (2021). "Agricultural drought prediction based on conditional distributions of vine copulas." *Water Resources Research* 57(8): e2021WR029562.