

مقایسه روند نیکویی برازش توزیع‌های احتمالی با افزایش حجم نمونه مطالعه موردی: ۱۱۹ سال بارش مشهد

محبوبه فرزندی*^۱، حجت رضائی پزند^۲

۱- دانشجوی دکتری هواشناسی کشاورزی، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد.

۲- مربی، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد.

تاریخ وصول: ۱۳۹۱/۸/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۷/۱۵

چکیده: تحلیل آماری بارش یکی از نیازهای مهم هوا و اقلیم‌شناسی، هیدرولوژی، پیش‌بینی خشکسالی و غیره است. حجم نمونه در نتایج تحلیل آماری بارش مهم است. نمونه‌های بارش موجود در ایران اغلب کوتاه مدت و فقط چند ایستگاه حداکثر ۶۱ سال آمار دارند. ۱۱۹ سال بارش طولانی مدت شهر مشهد جمع آوری و پس از ترمیم تحلیل آماری شد. غربال داده‌ها و آزمون‌های پایه (تصادفی بودن، همگنی، استقلال و...) بررسی شدند. داده‌ها با نمونه‌هایی به حجم ۳۱ تا ۱۱۹ سال (با نمونه‌های ده ساله) تقسیم و تاثیر تغییر حجم نمونه بر نتایج تحلیل‌های آماری بررسی شد. میانگین، انحراف معیار و ضرایب چولگی و کشیدگی این نمونه‌ها تغییر چندانی ندارند. هفت قانون احتمالی گامبل نوع ۱، گامای ۲ پارامتری، لوگ‌نرمال ۲ و ۳ پارامتری، پارتوی تعمیم‌یافته، حدی تعمیم‌یافته و پیرسون نوع ۳ با پنج روش برآوردی گشتاورهای معمولی و وزن‌دار احتمالی (PWM)، حداکثر درست‌نمایی و آنتروپی و گشتاورهای اصلاح شده بر داده‌ها برازش داده شد. k_s آزمون نیکویی برازش است. دو قانون پیرسون نوع ۳ و پارتوی تعمیم‌یافته (هر دو با روش برآورد PWM) بهترین برازش را برای نمونه‌های فوق دارند. قانون گامای ۲ پارامتری (روش PWM) نیز در اولویت بعدی قرار دارد. نتایج به دست آمده حاکی از این است که حجم نمونه از ۳۱ تا ۱۱۹ سال تاثیر چندانی بر انتخاب توزیع‌های برتر آماری بارش سالانه ندارد. دوره‌های بازگشت به دست آمده با حجم‌های نمونه ۳۱ تا ۱۱۹ سال نیز محاسبه شدند. تغییرات آنها در دوره‌های بازگشت خشکسالی محسوس‌تر است. حداکثر تغییرات (دوره‌بازگشت ۱۰۰ سال) برای ترسالی ۵٪ و برای خشکسالی ۲۴٪ مشاهده شد.

واژگان کلیدی: حجم نمونه، تحلیل آماری، پارتوی تعمیم‌یافته، پیرسون نوع ۳، گامای ۲ پارامتری.

مقدمه

ایستگاه‌هایی با موقعیت‌های مختلف در آمریکا دارد. مولی و راثو (Mooley and Rao, 1971) حداکثر بارش فصلی و سالانه ۵۳ ایستگاه در دوره آماری موجود را به دست آوردند. آنها به دلیل نامناسب بودن توزیع نرمال در بسیاری از ایستگاه‌ها از قانون احتمالی گاما - که برازش خوبی داشت - استفاده کردند. باکار و همکاران (Bhakar et al., 2006) توزیع‌های آماری نرمال، لگ نرمال و گاما را بر داده‌های بارش یک تا پنج روزه بونسوارا در راجستان هند برازش دادند. آنها توزیع گاما را با آزمون کای دو برترین توزیع تشخیص دادند. این محققین دوره‌های بازگشت حداکثر بارش یک تا پنج روزه را با این قانون برآورد کردند. جزوری و جولین (Jazuri and Julien, 2011) ۴۴ سال بارش سالانه ایستگاه هولولانگات - منطقه‌ای بین کوالالمپور و پوتراجا مالزی - را بررسی و تحلیل آماری کردند. آنها شش قانون احتمالی نرمال، لگ نرمال سه پارامتری، نمایی، گامای دو پارامتری، لگ پیرسن سه پارامتری و مقادیر حدی تعمیم یافته را بر داده‌ها برازش دادند. آنها توزیع حدی تعمیم یافته را مناسب‌ترین قانون احتمالی برای داده‌ها تشخیص دادند. این محققین توزیع‌های لگ نرمال سه پارامتری و گاما دو پارامتری را به ترتیب در اولویت‌های بعدی قرار دادند. آزمون‌های نیکویی برازش کای دو و کولموگروف اسمیرنوف در این تحقیق استفاده شد.

مدرس (۱۳۸۶) از اطلاعات بارندگی سالانه ۲۸ ایستگاه همدید ایران (دوره آماری ۱۳ تا ۳۰ سال) استفاده و مناطق بارشی ایران را با تلفیق نتایج حاصل از تحلیل خوشه‌ای و روش گشتاورهای خطی مشخص کرد. او سپس تحلیل فراوانی منطقه‌ای را در این نواحی با روش گشتاورهای خطی انجام داد. او اذعان کرد دو تابع پیرسن نوع ۳ و لوگ نرمال ۲ پارامتری برای نواحی کوهستانی، توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته برای ناحیه مرکزی و حاشیه خلیج فارس و توزیع لوگ نرمال ۲ پارامتری برای حاشیه دریای خزر برازش بهتری دارند. همچنین این پژوهشگر توزیع لوگ نرمال ۳ پارامتری را به عنوان یک تابع کلی برای برازش به بارندگی سالانه در سطح کشور توصیه کرد.

طباطبایی یزدی و همکاران (۱۳۸۸) پنجاه و پنج سال

بارش سالانه یک عامل اصلی آب و هواشناسی است. رخداد این عامل از قانون خاصی پیروی می‌کند. این قانون در صورتی دقیقاً مشخص می‌شود که تمام رخدادهای بارش در طول دوره اقلیمی در اختیار باشد. این امر غیر ممکن است. معمولاً نمونه کوچکی از این متغیر در اختیار است. چند قانون رقیب را بر داده‌ها برازش و بهترین را با آزمون‌های آماری انتخاب که یک جانشین تقریبی برای قانون واقعی است [رضایی پزند، ۱۳۸۰، ارقامی و همکاران، ۱۳۸۰]. افزایش حجم نمونه دقت آزمون و نزدیک شدن به قانون واقعی را افزایش می‌دهد (Edmond et al, 1973). این موضوع در مناطق خشک و نیمه خشک مانند ایران بارزتر است. طول دوره آماری قابل قبول برای مناطق خشک و نیمه خشک (مانند مشهد) حداقل ۷۰ سال است. اگر این طول بیش از ۱۰۰ سال باشد، آن گاه می‌توان به تحلیل آماری داده‌ها اطمینان نسبی پیدا کرد (Edmond et al, 1973). همچنین اگر دوره بازگشت یک پدیده بیش از یک پنجم طول داده‌ها باشد، آنگاه برآورد این پدیده دقیق نیست (Jacob et al, 1999). آمار بارش در ایران کوتاه مدت است. آماربرداری بارش با تاسیس ایستگاه‌های همدید در ایران از سال ۱۳۳۰ (۱۹۵۱ میلادی) آغاز شده است (www.weather.i). بنابراین طولانی‌ترین آمار بارش رسمی کشور ۶۰ سال است (چند شهر از جمله مشهد). در نتیجه تحلیل بارش با دوره آماری ۶۰ سال نمی‌تواند نتیجه‌خواهی برای دوره‌های بازگشت بیش از ۱۵ سال در ایران داشته باشد. ۱۱۹ سال آمار طولانی مدت مشهد در اختیار است. قسمتی از این آمار توسط سفارت آمریکا (واقع در مشهد) از سال ۱۸۹۰ میلادی (۱۲۶۸ هجری شمسی، دوره سلطنت ناصرالدین شاه) آماربرداری شده است. (Smithsonian Institution, 1927). این آمار مفقودی نیز دارد که با الگوهای مناسب ترمیم شده است (قهرمان و احمدی، ۲۰۰۷ و خلیلی و بذرافشان، ۱۳۸۷). تحلیل آماری بارش سالانه سابقه دیرینه دارد. می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

بارگر و تام (Barger and Thom, 1949) نشان دادند

توزیع گاما برازش خوبی برای سری‌های بارش سالانه

طولانی مدت مشهد با پنج روش گشتاوری معمولی (MOM)، گشتاوری تصحیح شده (MdoM)، گشتاوری وزن دار احتمالی (PWM)، حداکثر درستنمایی (MML) و حداکثر آنتروپی (ENT) برازش داده شده اند. غربال داده ها و آزمون های پایه نیز برای برقراری فرض های پایه انجام شده است.

مواد و روش ها

موقعیت و داده ها

ایستگاه همدید هواشناسی مشهد در شرق این شهر و در مجاورت فرودگاه شهید هاشمی نژاد با طول جغرافیایی ۵۹ درجه و ۳۸ دقیقه شرقی، عرض جغرافیایی ۳۶ درجه ۱۶ دقیقه شمالی و ارتفاع ۹۹۹/۲ متر قرار دارد. سال تاسیس این ایستگاه ۱۳۳۲ شمسی (۱۹۵۱ میلادی) است (سالنامه هواشناسی، ۳۵-۱۳۳۴). آمار بارش و دمای ماهانه این ایستگاه از بدو تاسیس (۱۹۵۱) تا کنون (۲۰۱۱) بدون مفقودی در اختیار است. سفارت امریکا واقع در مشهد از سال ۱۸۹۰ میلادی (۱۲۶۸ شمسی، دوره سلطنت ناصرالدین شاه قاجار) با تاسیس یک ایستگاه هواشناسی در داخل سفارت مبادرت به اندازه گیری دما و بارش کرده و آن ها را به صورت ماهانه گزارش نموده است (Smithsonian Institution, 1927). این سفارت واقع در جنوب محله قدیمی چهارباغ مشهد است که امروزه حدوداً پشت جایگاه پمپ بنزین خیابان خسروی مشهد (کوچه میرعلم خانی) قرار دارد. این محل هم اکنون به یک حسینه به نام فروشانیها (قماش فروشان) تبدیل شده است. هنوز تغییراتی در ساختمان سفارت ایجاد نشده است.

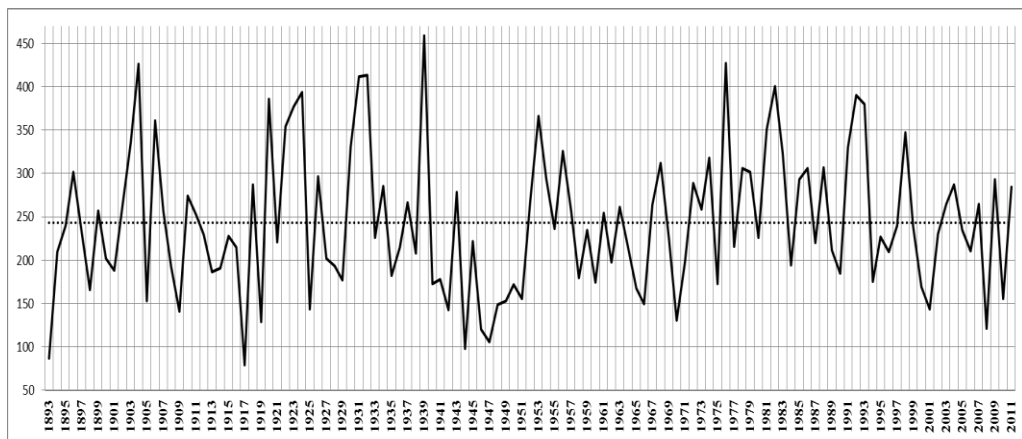
آماربرداری دما و بارش در زمان شاهان بعدی قاجار یعنی مظفرالدین، محمدعلی و احمد شاه و تا جنگ جهانی دوم (۱۹۴۰) نیز ادامه داشته است. اشغال ایران توسط قوای متفقین (۱۳۲۰ش معادل ۱۹۴۱م) منجر به قطع آماربرداری شده است. سپس آمار برداری پس از یک تاخیر ۱۰ ساله، دوباره در سال ۱۹۵۱ با تاسیس ایستگاه همدید مشهد ادامه یافته است. چندین ماه نیز به طور پراکنده در طول دوره آمار مفقود است. آمار مفقودی ترمیم شده است [قهرمان و احمدی، ۲۰۰۷ و خلیلی و بذرافشان، ۱۳۸۷]. نمودار سری زمانی ۱۱۹ ساله بارش در شکل (۱) ارائه شده است.

آمار بارش سالانه ایستگاه همدید مشهد (۱۹۵۱ تا ۲۰۰۵) را تحلیل فراوانی و دوره های بازگشت ترسالی و خشکسالی را به دست آوردند. غربال داده ها و آزمون پایه انجام، سپس توزیع های لوگ نرمال، پارتوی تعمیم یافته، خانواده گامبل و چندتوزیع دیگر با روش های برآورد گشتاوری معمولی و وزندار احتمالی، حداکثر درست نمایی و حداکثر آنتروپی در این تحلیل استفاده شده است. آزمون کولموگروف-اسمیرینوف برای نیکویی برازش انتخاب و توزیع گامبل نوع یک با روش حداکثر درست نمایی بهترین برازش را نشان داد.

مرور تحقیقات انجام شده نشان می دهد که تحلیل آماری بارش سالانه اغلب محدود به یک دوره آماری است. افزون بر این اغلب برای تحلیل آماری از قوانین احتمالی اندکی استفاده شده است. روش های برآورد پارامترها نیز عمدتاً دو روش حداکثر درستنمایی و گشتاوری معمولی است. در حالیکه روش های توانمند دیگری نیز وجود دارد. اگر قوانین احتمالی متنوعی به همراه روش های برآورد بیشتری اتخاذ شود، می توان نتایج دقیق تری را از تحلیل فراوانی به دست آورد. افزایش این دقت خود سبب بهینه شدن هزینه طراحی های مورد نیاز در پروژه ها و تحقیقات مختلف می شود.

حداکثر بارش سالانه رسمی ایستگاه های ایران ۶۱ سال است، لذا مقایسه اثر تغییر حجم نمونه بر نتایج تحلیل آماری به منظور بررسی اعتماد بر داده های موجود ضروری است. جستجوها نشان می دهد که تا کنون توجه کافی بر روند تغییر حجم نمونه نشده است. هدف و نوع آوری مقاله حاضر تحلیل آماری داده های بارش سالانه شهر مشهد با تغییر حجم نمونه از ۳۱ تا ۱۱۹ سال با نمونه های ده ساله است تا بتوان تاثیر روند تغییر حجم نمونه را در نیکویی برازش توزیع های مناسب آماری مشاهده کرد. همچنین آیا این تغییرات می توانند در دوره های بازگشت (خشکسالی و ترسالی) نیز موثر باشند؟

هفت توزیع آماری گامبل نوع ۱ (GU1)، گامای ۲ پارامتری (GA2)، لوگ نرمال ۲ و ۳ پارامتری (LN2, LN3)، پارتوی تعمیم یافته (GPA)، پیرسون نوع ۳ (PT3) و حدی تعمیم یافته (GEV) بر داده های بارش



شکل ۱- سری زمانی ۱۱۹ ساله (۲۰۱۱-۱۸۹۳) بارش سالانه مشهد (mm). خط میانگین با نقطه چین مشخص شده است

تحلیل آماری

ندارد. وجود این خواص با آزمون‌های آماری مناسب تأیید یا رد می‌شود (رضایی پزند، ۱۳۸۰ و Bobee and Ashkar, 1995). آزمون‌های معروف عبارت‌انداز: آزمون گردش (تشخیص تصادفی بودن)، من-ویتنی (تشخیص همگنی و نداشتن جهش)، والد-ولفویتز (تشخیص استقلال وابستگی)، گرویز-بک و سه زیگمای استوار (تشخیص داده پرت) (رضایی پزند و بزرگ نیا، ۱۳۷۴، رضایی پزند، ۱۳۸۰ و Maronna, R. A., et al, 2006)

قوانین احتمالی و روش‌های برآورد پارامترها

قوانین احتمالی مناسب برای بارش سالانه گامبل نوع ۱ (GU1)، گامای ۲ پارامتری (GA2)، لوگ‌نرمال ۳ و ۲ پارامتری (LN2, LN3)، پارتوی تعمیم یافته (GPA)، پیرسون نوع ۳ (PT3) و حدی تعمیم یافته (GEV) است (رضایی پزند و بزرگ نیا، ۱۳۷۴، رضایی پزند، ۱۳۸۰ و Rao, et al., 2000). توابع چگالی قوانین فوق مطابق روابط (۱) تا (۷) است.

$$GU1: f(x) = f(x; m, \alpha) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\frac{x-m}{\alpha} - \exp\left(-\frac{x-m}{\alpha}\right)\right] \quad \alpha > 0 \quad (1)$$

$$GA2: f(x) = \frac{|\alpha| e^{-\alpha x} (\alpha x)^{\lambda-1}}{\Gamma(\lambda)} \quad \lambda > 0 \quad (2)$$

$$LN2: f(x) = \frac{1}{x \sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma_y^2} \left(\frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2} \quad x > 0, y = \ln x \quad (3)$$

$$LN3: f(x) = \frac{1}{(x-m)\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{\ln(x-m) - \mu_y}{\sigma}\right)^2} \quad , x > m \quad (4)$$

$$GPA: f(x) = \frac{1}{\alpha} \left[1 - \frac{k}{\alpha}(x-\varepsilon)\right]^{\frac{1}{k}-1}, \quad k=0 \quad \& \quad \varepsilon \leq x \leq \varepsilon + \alpha/k \quad (5)$$

تحلیل آماری تخمین قانون احتمالی حاکم بر متغیر تصادفی مورد مطالعه از روی نمونه مشاهداتی است. موارد زیر در تحلیل آماری رعایت می‌شود: غربال داده‌ها، آزمون‌های پایه (شامل استقلال، همگنی و...)، انتخاب توزیع‌های مناسب، برآورد پارامترها، آزمون‌های نیکوئی برازش و محاسبه چندک‌ها با دوره‌های بازگشت مختلف از روی توزیع برتر است (رضایی پزند، ۱۳۸۰ و Rao, et al., 2000).

آزمون‌های پایه

نمونه‌های مورد بحث در علم آمار و احتمال با یک طرح نمونه‌گیری مانند تصادفی، سیستماتیک و غیره انتخاب می‌شوند (صادقی و بزرگ نیا، ۱۳۶۸). این نمونه خصوصیات ریاضی لازم (تصادفی بودن، استقلال، همگنی، ایستایی، داده پرت و غیره) را برای تعمیم به جامعه دارد. این خواص ما را مطمئن می‌کند که نمونه انتخابی استنباط درستی از جامعه ارائه می‌دهد. اما داده‌هایی که در آب و هواشناسی در اختیار قرار می‌گیرد، اطلاعات عددی است که بدون یک طرح نمونه‌گیری انتخاب شده‌اند. بنابراین باید بررسی شود که آیا داده‌ها خواص فوق را دارد یا خیر؟ اگر این خواص را دارا باشد، آنگاه می‌توان آن را یک نمونه مناسب تشخیص و استنباط جامعه را به سامان رساند. در غیر این صورت تحلیل به روش‌های معمول کرائی لازم را

آزمون‌های پایه، برازش هفت توزیع احتمالی (GU1، GA2، LN2، LN3، GPA، GEV و PT3) و برآورد پارامترها (پنج روش MOM، MML، PWM، ENT و ModM) از پیکربندی نتایج و بحث است. آزمون ks نیز برای نیکویی برازش و برتری روش‌های برآورد استفاده شده است. نرم افزار MATLAB2009 به همراه برنامه نویسی برای نیل به این هدف به کار گرفته شده است.

آزمون‌های پایه

ابتدا داده‌ها غربال، سپس آزمون‌های پایه انجام شد. این آزمون‌ها نشان داد که فرض‌های پایه (تصادفی بودن، عدم وجود داده پرت، استقلال، ایستایی، همگنی و عدم وجود جهش) در ۱۱۹ سال بارش مشهد برقرار است. پس می‌توان داده‌ها را به عنوان یک نمونه آماری قبول کرد. آزمون‌های گردش، من-ویتنی، والد-وولفویتز، گرویز-بک وقاعده سه سیکمای استوار برای این منظور استفاده شد. جدول (۱) خلاصه این آزمون‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۱- نتایج آزمون‌های پایه برای بارش ۱۱۹ ساله (۲۰۱۱-۱۸۹۳) شهر مشهد

آماره‌ها								
n	mean	sd	cv	skew	kurt	tow	tow3	tow4
۱۱۹	۲۴۲/۳	۸۰/۲۷	۰/۳۳۱	۰/۴۲۶	۲/۷۵۳	۰/۱۸۹	۰/۰۹۷	۰/۱۲۳
آزمون گردش								
nruns=۶۲			Zvalue=۰/۳۶۴			n1=۵۲		n2=۶۷
نتیجه آزمون نشان دهنده تصادفی بودن نمونه است.								
آزمون داده پرت گرویز-بک								
Kn=۳/۰۷۵۶			Uperband=۶۷۰/۳			Lowerband=۷۸/۱		
داده پرت بالایی وجود ندارد. داده پرت پایینی وجود ندارد.								
آزمون والد-وولفویتز								
Rbar=۶۹۸۱۴۰۳/۹۸			Var(R)=۴۷۸۳۳۰۷۹۵۱/۵			U =۱/۰۴۹		Za/2=۱/۹۶
نتیجه: داده‌ها مستقل و ایستا فرض می‌شوند.								
آزمون من-ویتنی								
n1=۷		n2=۱۱۲		P-value=۰/۴۷۶۸		H-stat.=۰/۰		Zvalue=-۰/۷۱۱۵۲
نتیجه: داده‌ها همگن و بدون جهش فرض می‌شوند.								

$$PT3: f(x) = \frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} \cdot (x-m)^{\lambda-1} \cdot e^{-\alpha(x-m)} \quad \alpha, \lambda > 0, x \geq m \quad (6)$$

$$GEV: \quad (7)$$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left[1 - \lambda \left(\frac{x-m}{\alpha} \right) \right]^{\lambda-1} \cdot \exp \left\{ - \left[1 - \lambda \left(\frac{x-m}{\alpha} \right) \right]^\lambda \right\} \quad \lambda \neq 0$$

پارامترهای قوانین (۱) تا (۷) با پنج روش گشتاورهای معمولی (MOM)، حداکثر درست نمائی (MML)، گشتاورهای وزن دار احتمالی (PWM)، حداکثر آنتروپی (ENT) و گشتاورهای اصلاح شده (ModM) برآورد شده-اند (رضایی پژند، ۱۳۸۰ و Rao, et al., 2000).

نتایج و بحث

هدف مقاله حاضر تحلیل آماری ۱۱۹ سال داده‌های بارش سالانه شهر مشهد (شکل ۱) با تغییر حجم نمونه از ۳۱ تا ۱۱۹ سال با نمونه‌های ده ساله (حجم دوره‌های آماری به ترتیب ۳۱، ۴۱، ۵۱، ۶۱، ۷۱، ۸۱، ۹۱، ۱۰۱، ۱۱۱ و ۱۱۹ سال) است. انجام این تحلیل می‌تواند تاثیر روند تغییر حجم نمونه را در نیکویی برازش توزیع‌های مناسب آماری و دوره‌های بازگشت (خشکسالی و ترسالی) نشان دهد. غربال اولیه،

تحلیل آماری

تحلیل آماری پس از آزمون‌های پایه انجام شد. هفت قانون احتمالی بر داده‌های بارش سالانه مشهد (با دوره‌های آماری ۳۱ تا ۱۱۹ سال با نمو ده ساله) برازش و پارامترها به پنج روش برآورد شدند. آزمون نیکویی برازش k_s (در سطح ۰.۵٪) برای تشخیص مناسب بودن الگو استفاده شد. شرح بیشتر گام‌های تحلیل آماری در ادامه آمده است.

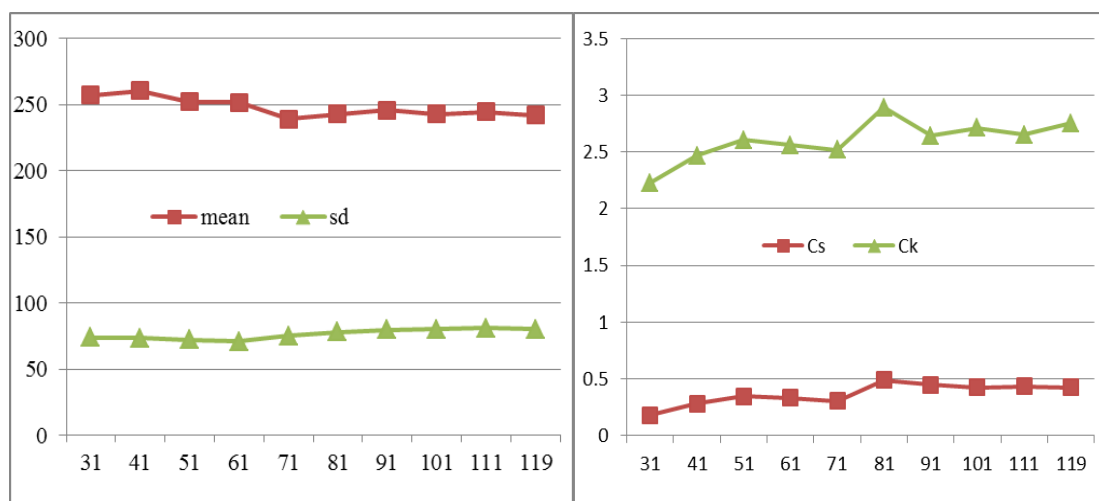
تحلیل گشتاوری

آماره‌های میانگین، انحراف‌معیار، ضرایب چولگی و کشیدگی معادل چهار گشتاور اولیه قانون حاکم بر داده‌هاست و می‌توانند تغییرات رفتار این قانون را با تقریب

خوب تفسیر کند. جدول (۲) مقادیر این آماره‌ها را به‌ازای نمونه‌های مختلف و شکل (۲) رفتار آنها را به‌صورت نموداری نشان می‌دهد. اطلاعات جدول و نمودار نشان دهنده ایستایی تقریبی سری زمانی بارش ۱۱۹ ساله مشهد است. چهار گشتاور فوق نشان می‌دهد که منحنی قانون حاکم بر داده‌ها تغییر چندانی ندارد. بنابراین انتظار می‌رود که تغییر دوره‌آماری اثر کمی در بارش سالانه داشته باشد. شکل (۲) نشان می‌دهد که این تغییرات به‌طور کلی در دوره‌های آماری ۷۱ سال به بالا ناچیز و قابل چشم‌پوشی است.

جدول ۲- آماره‌های مهم بارش سالانه مشهد در دوره‌های آماری ۳۱ تا ۱۱۹ سال

طول دوره	میانگین (mm)	انحراف معیار (mm)	ضریب چولگی	ضریب کشیدگی
۳۱	۲۵۷/۳	۷۴/۲	۰/۱۸	۲/۲۳
۴۱	۲۶۰/۷	۷۳/۵	۰/۲۸	۲/۴۷
۵۱	۲۵۲/۲	۷۲/۲	۰/۳۵	۲/۶۱
۶۱	۲۵۱/۷	۷۰/۹	۰/۳۳	۲/۵۶
۷۱	۲۳۹/۰	۷۵/۵	۰/۳۰	۲/۵۲
۸۱	۲۴۳/۰	۷۸/۳	۰/۴۹	۲/۸۹
۹۱	۲۴۵/۸	۷۹/۷	۰/۴۵	۲/۶۴
۱۰۱	۲۴۳/۱	۸۰/۱	۰/۴۳	۲/۷۱
۱۱۱	۲۴۴/۵	۸۱/۱	۰/۴۳	۲/۶۵
۱۱۹	۲۴۲/۳	۸۰/۳	۰/۴۳	۲/۷۵
میانگین	۲۴۶/۵	۷۶/۵۷	۰/۳۷	۲/۶۰
دامنه	۱۸/۳۰	۱۰/۱۴	۰/۳۱	۰/۶۶



شکل ۲- مقایسه میانگین و انحراف معیار (چپ) و ضریب چولگی و ضریب کشیدگی (راست) بارش مشهد در دوره های آماری مختلف

قوانین بسیار نزدیک به هم است. مثلاً ks برای دوره آماری ۱۱۹ سال (جدول ۴) برای سه قانون GPA, PT3, GA3 و GA2 بین ۰/۰۳۳ و ۰/۰۳۵ (دو روش برآورد PWM و MML) در نوسان است. این سه قانون به سه اولویت اول تا چهارم تفکیک می شوند. قوانین برتر با رنگ تیره در جداول (۳) و (۴) مشخص شده اند.

دوره های آماری ۵۱، ۶۱، ۷۱، ۸۱، ۱۰۱ و ۱۱۱ ساله نیز بررسی و نتایج نهایی برای مشاهده تاثیر طول دوره آماری بارش سالانه بر نتایج برازش توزیع، در جداول (۳ و ۴) آمده است

برازش قانون احتمالی

هفت توزیع GU1, GA2, LN2, LN3, GPA, PT3, GEV و بر داده های بارش سالانه مشهد (با دوره های آماری ۳۱ تا ۱۱۹ سال با نموده ساله) برازش و پارامترها با روش های MML, MOM, PWM, ENT و ModM برآورد شدند. آزمون نیکویی برازش ks (در سطح ۰/۰۵) برای تشخیص مناسب بودن الگو استفاده شد. نتایج آزمون نیکویی برازش و رده بندی هفت قانون فوق در جداول (۳) و (۴) آمده است. قوانین هفت گانه از نظر نیکویی برازش اولویت بندی شده اند. زیرا آماره آزمون ks برای بعضی از

جدول ۳- نتیجه آزمون نیکویی برازش برای انتخاب بهترین توزیع بارش ۳۱ تا ۶۱ ساله مشهد

طول دوره آماری n=۳۱ سال با آماره آزمون ks=۰/۲۳۹						طول دوره آماری n=۴۱ سال با آماره آزمون ks=۰/۲۰۹					
توزیع	روش برآورد پارامترها					روش برآورد پارامترها					
	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	
GU1	۰/۱۱۱	۰/۱۰۳	۰/۰۸۵	۰/۰۹۸	---	۰/۱۲۰	۰/۱۱۴	۰/۰۹۷	۰/۱۰۹	---	
GA2	۰/۰۸۰	۰/۰۷۴	۰/۰۷۹	---	---	۰/۰۸۸	۰/۰۸۴	۰/۰۸۷	---	---	
LN2	۰/۰۹۸	۰/۰۹۲	۰/۰۸۹	---	---	۰/۱۰۵	۰/۱۰۱	۰/۰۹۹	---	---	
LN3	۰/۱۰۷	۰/۲۳۴	---	---	---	۰/۱۰۹	۰/۲۴۸	---	---	---	
GPA	۰/۳۵۰	۰/۰۶۴	۰/۱۵۴	---	۰/۱۱۶	۰/۴۷۷	۰/۰۷۸	۰/۱۹۹	---	۰/۱۶۴	
GEV	---	۰/۰۹۱	۰/۰۸۵	---	---	---	۰/۰۷۴	۰/۰۷۸	---	---	
PT3	۰/۰۸۰	۰/۰۶۴	---	---	۰/۰۸۹	۰/۰۷۶	۰/۰۷۸	---	---	۰/۰۸۲	
طول دوره آماری n=۵۱ سال با آماره آزمون ks=۰/۱۸۹						طول دوره آماری n=۶۱ سال با آماره آزمون ks=۰/۱۷۳					
توزیع	روش برآورد پارامترها					روش برآورد پارامترها					
	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	
GU1	۰/۰۹۴	۰/۰۸۷	۰/۰۷۱	۰/۰۸۲	---	۰/۰۸۸	۰/۰۸۱	۰/۰۶۶	۰/۰۷۵	---	
GA2	۰/۰۶۵	۰/۰۶۰	۰/۰۶۵	---	---	۰/۰۵۹	۰/۰۵۴	۰/۰۵۹	---	---	
LN2	۰/۰۸۲	۰/۰۷۷	۰/۰۷۵	---	---	۰/۰۷۶	۰/۰۷۰	۰/۰۶۸	---	---	
LN3	۰/۰۹۳	۰/۲۲۰	---	---	---	۰/۰۹۱	۰/۲۱۵	---	---	---	
GPA	۰/۴۲۸	۰/۰۵۶	۰/۱۹۱	---	۰/۱۴۸	۰/۴۵۰	۰/۰۵۰	۰/۱۹۷	---	۰/۱۵۱	
GEV	---	۰/۰۷۷	۰/۰۶۲	---	---	---	۰/۰۸۰	۰/۰۵۶	---	---	
PT3	۰/۰۵۸	۰/۰۵۶	---	---	۰/۰۶۳	۰/۰۵۱	۰/۰۵۰	---	---	۰/۰۶۲	

توضیح: روش‌های برتر با رنگی شده‌اند.

جدول ۴- نتیجه آزمون نیکویی برازش برای انتخاب بهترین توزیع بارش ۷۱ تا ۱۱۹ ساله مشهد

طول دوره آماری n=۷۱ سال با آماره آزمون ks=۰/۱۶۱						طول دوره آماری n=۸۱ سال با آماره آزمون ks=۰/۱۵۱					
توزیع	روش برآورد پارامترها					روش برآورد پارامترها					
	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	
GU1	۰/۰۸۰	۰/۰۷۶	۰/۰۶۳	۰/۰۷۲	---	۰/۰۷۰	۰/۰۶۵	۰/۰۵۵	۰/۰۶۳	---	
GA2	۰/۰۵۴	۰/۰۴۹	۰/۰۵۲	---	---	۰/۰۴۶	۰/۰۴۲	۰/۰۴۸	---	---	
LN2	۰/۰۷۱	۰/۰۶۹	۰/۰۶۶	---	---	۰/۰۶۳	۰/۰۵۹	۰/۰۵۶	---	---	
LN3	۰/۰۸۸	۰/۲۰۴	---	---	---	۰/۰۹۹	۰/۱۹۲	---	---	---	
GPA	۰/۴۴۵	۰/۰۴۸	۰/۱۷۶	---	۰/۱۳۸	۰/۴۹۹	۰/۰۴۱	۰/۳۷۴	---	۰/۱۹۸	
GEV	---	۰/۰۸۷	۰/۰۵۹	---	---	---	۰/۰۶۷	۰/۰۴۸	---	---	
PT3	۰/۰۵۷	۰/۰۴۸	---	---	۰/۰۶۱	۰/۰۴۲	۰/۰۴۱	---	---	۰/۰۶۰	
طول دوره آماری n=۹۱ سال با آماره آزمون ks=۰/۱۴۳						طول دوره آماری n=۱۰۱ سال با آماره آزمون ks=۰/۱۳۶					
توزیع	روش برآورد پارامترها					روش برآورد پارامترها					
	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	
GU1	۰/۰۷۷	۰/۰۷۰	۰/۰۶۰	۰/۰۶۷	---	۰/۰۷۳	۰/۰۶۶	۰/۰۵۱	۰/۰۶۰	---	
GA2	۰/۰۵۲	۰/۰۴۹	۰/۰۵۲	---	---	۰/۰۴۹	۰/۰۴۶	۰/۰۴۸	---	---	
LN2	۰/۰۷۱	۰/۰۶۶	۰/۰۶۳	---	---	۰/۰۶۷	۰/۰۶۲	۰/۰۵۶	---	---	
LN3	۰/۱۰۵	۰/۱۹۲	---	---	---	۰/۱۰۵	۰/۱۸۵	---	---	---	
GPA	۰/۴۶۹	۰/۰۴۸	۰/۴۸۵	---	۰/۱۸۲	۰/۶۲۰	۰/۰۴۳	۰/۲۷۲	---	۰/۲۵۹	
GEV	---	۰/۰۵۳	۰/۰۵۴	---	---	---	۰/۰۵۶	۰/۰۴۶	---	---	
PT3	۰/۰۴۶	۰/۰۴۸	---	---	۰/۰۷۰	۰/۰۴۶	۰/۰۴۳	---	---	۰/۰۷۲	
طول دوره آماری n=۱۱۱ سال با آماره آزمون ks=۰/۱۳۰						طول دوره آماری n=۱۱۹ سال با آماره آزمون ks=۰/۱۲۶					
توزیع	روش برآورد پارامترها					روش برآورد پارامترها					
	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	MOM	PWM	MML	ENT	ModM	
GU1	۰/۰۶۴	۰/۰۵۷	۰/۰۴۵	۰/۰۵۳	---	۰/۰۶۰	۰/۰۵۳	۰/۰۴۱	۰/۰۵۰	---	
GA2	۰/۰۴۰	۰/۰۳۷	۰/۰۳۹	---	---	۰/۰۳۷	۰/۰۳۴	۰/۰۳۵	---	---	
LN2	۰/۰۵۸	۰/۰۵۴	۰/۰۴۸	---	---	۰/۰۵۴	۰/۰۵۰	۰/۰۴۵	---	---	
LN3	۰/۱۰۱	۰/۱۸۰	---	---	---	۰/۱۰۰	۰/۱۷۹	---	---	---	
GPA	۰/۶۰۰	۰/۰۳۵	۰/۲۶۴	---	۰/۲۵۷	۰/۶۰۷	۰/۰۳۳	۰/۲۷۵	---	۰/۲۵۱	
GEV	---	۰/۰۵۵	۰/۰۳۸	---	---	---	۰/۰۵۶	۰/۰۳۸	---	---	
PT3	۰/۰۴۱	۰/۰۳۵	---	---	۰/۰۶۷	۰/۰۴۲	۰/۰۳۳	---	---	۰/۰۶۹	

توضیح: روش های برتر با رنگی شده اند.

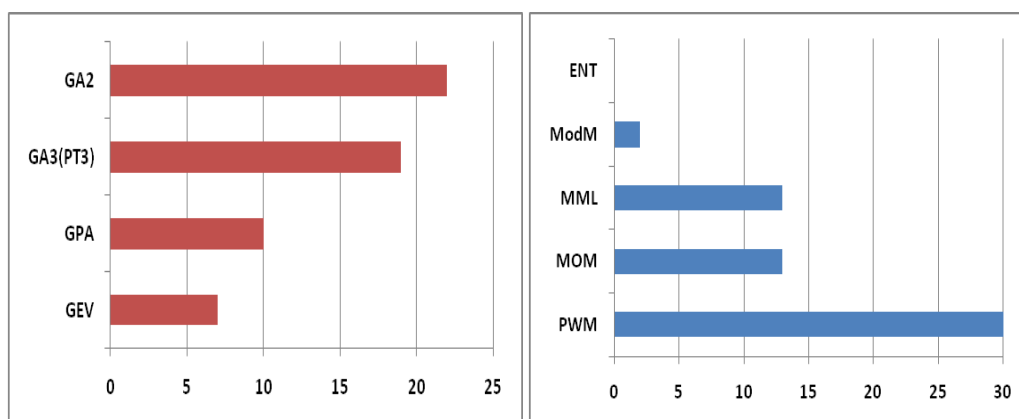
۱۰۰ ساله برای دوره‌های آماری ۳۱ و ۱۱۹ ساله مشهود با توجه به اولویت‌های اول تا چهارم (جدول ۳ و ۴) محاسبه و نتایج در جدول (۱۰ تا ۱۳) آمده است. بررسی تغییر بارش در دوره‌های بازگشت مختلف براساس حجم نمونه نیز انجام شد. جداول (۷ و ۸) بارش سالانه در دوره‌های بازگشت ۲ تا ۱۰۰ سال را در دو حالت خشکسالی و ترسالی نشان می‌دهد. سطر آخر این جداول حداکثر اختلاف را برای هر دوره بازگشت ارائه می‌دهد. این اختلاف برای حالت خشکسالی مشهودتر است (از ۱۰ تا ۲۴ درصد) و با افزایش دوره بازگشت رابطه مستقیم دارد. اختلاف فوق برای حالت ترسالی حداکثر بین ۱۰ تا ۵ درصد است که رابطه معکوس با دوره بازگشت دارد. این موضوع نشان از ایستاد بودن سری زمانی دارد.

فراوانی برتری هفت قانون احتمالی از روی جداول (۳ و ۴) حساب شدند. بهترین قوانین PT3 و GPA است که در اولویت اول قرار دارند (جدول ۶). اما قانون GA2 بیشترین فراوانی را در چهار اولویت دارد (۲۳ مورد). سه قانون GPA، PT3 و GEV پس از آن قرار می‌گیرند (شکل ۳-چپ). شایان ذکر است که PT3 همان گامای سه پارامتری GA3 است. دو قانون GA2 و GA3 جزء خانواده گاما هستند. روش‌های برآورد پارامترها در ایستگاه با دوره-های آماری مختلف رفتار متفاوتی نشان می‌دهند. روش PWM روش غالب برآورد پارامترها در اکثر توزیع‌های انتخابی (۳۰ مورد) است (شکل ۳-راست). دو روش MOM و MML با ۱۳ مورد در مکان بعدی قرار دارند. روش ENT در هیچ مورد انتخاب نشد.

حداقل و حداکثر بارش سالانه با دوره بازگشت ۲ تا

جدول ۵- اولویت بندی برتری توزیع‌های برازشی در دوره‌های آماری مختلف

طول دوره	اولویت اول			اولویت دوم			اولویت سوم			اولویت چهارم		
	مقدار ks	روش	نام توزیع	مقدار ks	روش	نام توزیع	مقدار ks	روش	نام توزیع	مقدار ks	روش	نام توزیع
۳۱	۰/۰۶۴	PWM	GPA PT3	۰/۰۷۹	MML	GA2	۰/۰۷۴	PWM	GA2	۰/۰۸۰	MOM	PT3
۴۱	۰/۰۷۴	PWM	GEV	۰/۰۷۸	MML PWM PWA	GEV GPA PT3	۰/۰۷۶	MOM	PT3	۰/۰۸۲	PWM ModM	GA2 PT3
۵۱	۰/۰۵۶	PWM	GPA PT3	۰/۰۶۰	PWM	GA2	۰/۰۵۸	MOM	PT3	۰/۰۶۳	ModM MOM	PT3 GA2
۶۱	۰/۰۵۰	PWM	GPA PT3	۰/۰۵۴	PWM	GA2	۰/۰۵۱	MOM	PT3	۰/۰۵۶	MML	GEV
۷۱	۰/۰۴۸	PWM	GPA PT3	۰/۰۵۲	MML	GA2	۰/۰۴۹	PWM	GA2	۰/۰۵۴	MOM	GA2
۸۱	۰/۰۴۱	PWM	GPA PT3	۰/۰۴۶	MOM	GA2	۰/۰۴۲	PWM MOM	GA2 PT3	۰/۰۴۸	MML	GA2 GEV
۹۱	۰/۰۴۶	MOM	PT3	۰/۰۴۹	PWM	GA2	۰/۰۴۸	PWM	GPA PT3	۰/۰۵۲	MOM MML	GA2
۱۰۱	۰/۰۴۲	PWM	GPA PT3	۰/۰۴۸	MML	GA2	۰/۰۴۶	PWM MML MOM	GA2 GEV PT3	۰/۰۴۹	MOM	GA2
۱۱۱	۰/۰۳۵	PWM	GPA PT3	۰/۰۳۸	MML	GEV	۰/۰۳۷	PWM	GA2	۰/۰۳۹	MML	GA2
۱۱۹	۰/۰۳۲	PWM	GPA PT3	۰/۰۳۵	MML	GA2	۰/۰۳۴	PWM	GA2	۰/۰۳۸	MOM MML	GA2 GEV



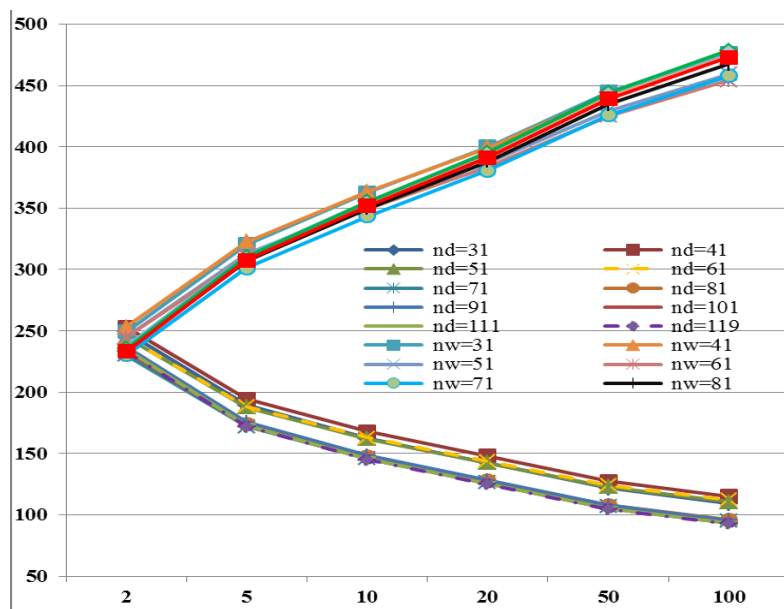
شکل ۳- نمودار میله‌ای فراوانی چهار توزیع برتر (چپ) و پنج روش برآورد پارامترها (راست)

جدول ۶- بارش سالانه (میلی متر) با دوره های بازگشت ۲ تا ۱۰۰ ساله (خشکسالی) دوره های آماری ۳۱ تا ۱۱۹ ساله با قانون PT3

دوره بازگشت						حجم نمونه
۱۰۰	۵۰	۲۰	۱۰	۵	۲	
۱۰۹/۳	۱۲۱/۸	۱۴۲/۳	۱۶۲/۴	۱۸۹/۴	۲۴۹/۲	۳۱
۱۱۵/۰	۱۲۷/۵	۱۴۷/۹	۱۶۷/۹	۱۹۴/۵	۲۵۳/۱	۴۱
۱۱۰/۶	۱۲۲/۷	۱۴۲/۵	۱۶۱/۹	۱۸۷/۸	۲۴۴/۸	۵۱
۱۱۲/۲	۱۲۴/۲	۱۴۳/۸	۱۶۳/۰	۱۸۸/۵	۲۴۴/۵	۶۱
۹۴/۹	۱۰۶/۷	۱۲۶/۳	۱۴۵/۷	۱۷۱/۹	۲۳۰/۵	۷۱
۹۵/۸	۱۰۷/۸	۱۲۷/۷	۱۴۷/۵	۱۷۴/۲	۲۳۴/۲	۸۱
۹۵/۷	۱۰۷/۹	۱۲۸/۱	۱۴۸/۳	۱۷۵/۵	۲۳۶/۸	۹۱
۹۳/۲	۱۰۵/۳	۱۲۵/۴	۱۴۵/۵	۱۷۲/۶	۲۳۳/۹	۱۰۱
۹۳/۰	۱۰۵/۲	۱۲۵/۵	۱۴۵/۷	۱۷۳/۲	۲۳۵/۱	۱۱۱
۹۲/۶	۱۰۴/۷	۱۲۴/۸	۱۴۴/۸	۱۷۱/۹	۲۳۳/۱	۱۱۹
%۲۴	%۲۲	%۱۹	%۱۶	%۱۳	%۱۰	حداکثر اختلاف

جدول ۷- بارش سالانه (میلی متر) با دوره های بازگشت ۲ تا ۱۰۰ ساله (ترسالی) دوره های آماری ۳۱ تا ۱۱۹ ساله با قانون PT3

دوره بازگشت						حجم نمونه
۱۰۰	۵۰	۲۰	۱۰	۵	۲	
۴۷۶/۴	۴۴۴/۸	۳۹۹/۹	۳۶۲/۶	۳۲۰/۵	۲۴۹/۲	۳۱
۴۷۳/۱	۴۴۲/۶	۳۹۹/۳	۳۶۳/۲	۳۲۲/۵	۲۵۳/۱	۴۱
۴۵۹/۲	۴۲۹/۵	۳۸۷/۳	۳۵۲/۱	۳۱۲/۴	۲۴۴/۸	۵۱
۴۵۴/۲	۴۲۵/۳	۳۸۴/۰	۳۴۹/۷	۳۱۰/۸	۲۴۴/۵	۶۱
۴۵۷/۹	۴۲۶/۰	۳۸۰/۸	۳۴۳/۳	۳۰۱/۳	۲۳۰/۵	۷۱
۴۶۷/۳	۴۳۴/۵	۳۸۸/۲	۳۴۹/۸	۳۰۶/۷	۲۳۴/۲	۸۱
۴۷۵/۶	۴۴۲/۰	۳۹۴/۴	۳۵۵/۰	۳۱۰/۹	۲۳۶/۸	۹۱
۴۷۳/۸	۴۴۰/۰	۳۹۲/۱	۳۵۲/۶	۳۰۸/۲	۲۳۳/۹	۱۰۱
۴۷۸/۴	۴۴۴/۱	۳۹۵/۵	۳۵۵/۴	۳۱۰/۴	۲۳۵/۱	۱۱۱
۴۷۳/۱	۴۳۹/۲	۳۹۱/۳	۳۵۱/۸	۳۰۷/۴	۲۳۳/۱	۱۱۹
%۵	%۵	%۵	%۶	%۷	%۱۰	حداکثر اختلاف



شکل ۴- نمایش نموداری بارش سالانه (ترسالی و خشکسالی) در دوره های بازگشت ۲ تا ۱۰۰ سال مشهد

نتایج

بارش طولانی مدت شهر مشهد (۱۱۹ سال) جمع آوری و پس از ترمیم تحلیل آماری شد (شکل ۱). غربال داده‌ها و آزمون‌های پایه (تصادفی بودن، همگنی، استقلال و...) بررسی شد (جدول ۱). تاثیر حجم نمونه از ۳۱ تا ۱۱۹ سال با نمودارهای ده ساله موضوع و نوع آوری این تحقیق است. هفت قانون احتمالی GA_2 , LN_2 , LN_3 , GPA , PT_3 و GEV بر داده‌های بارش سالانه مشهد (با دوره‌های آماری ۳۱ تا ۱۱۹ سال با نمو ده ساله) برازش و پارامترها با روش‌های MOM , MML , PWM , ENT و $ModM$ برآورد شدند (جداول ۳ و ۴). آزمون نیکویی برازش ks برای تعیین مناسب بودن توزیع و انتخاب توزیع برتر استفاده شد دو قانون GPA و PT_3 هر دو با روش برآورد PWM (با $ks = 0/032$) بهترین برازش را برای بارش سالانه ۱۱۹ ساله شهر مشهد دارد (جدول ۵). اما قانون GA_2 به هر سه روش جواب‌های خوبی داده و مقدار آماره آن به روش PWM با $0/001$ اختلاف ($ks = 0/034$) در اولویت دوم قرار می‌گیرند (جدول ۵). این نتایج برای اکثر حجم‌های نمونه‌ای (۳۱، ۶۱، ۷۱، ۸۱، ۹۱، ۱۰۱ و ۱۱۱ سال) نیز صدق می‌کند (جدول ۵ و شکل ۳). براین اساس رخدادهای بارش در دوره‌های بازگشت ۲ تا ۱۰۰ سال مشخص گردید (جداول ۶ و ۷).

نتایج به‌دست آمده حاکی از این است که آماره‌های میانگین، انحراف معیار، ضرایب چولگی و کشیدگی تغییرات قابل ملاحظه‌ای ندارد (جدول ۲ و شکل ۲) اطلاعات این جدول و نمودار نشان‌دهنده ایستایی تقریبی سری زمانی بارش ۱۱۹ ساله مشهد است. تغییر حجم نمونه تاثیر چندانی بر انتخاب توزیع‌های برتر آماری بارش سالانه ندارد. اما دوره‌های بازگشت حاصل با حجم‌های نمونه ۳۱ تا ۱۱۹ سال نیز محاسبه شدند. تغییرات آنها در دوره‌های بازگشت خشکسالی محسوس‌تر است. حداکثر تغییرات (دوره-بازگشت ۱۰۰ سال) برای ترسالی ۵٪ و برای خشکسالی ۲۴٪ مشاهده شد (جداول ۶ و ۷ و شکل ۴).

منابع

- Barger, Gerald L., and Thom, H. C. "Evaluation of Drought Hazard," *Agronomy Journal*, Vol. 41, No. 11, Geneva, N.Y., NOV. 1949, pp. 519-526.
- Bhakar, S. R. Bansal, A. K., Chhajed, N., and Purohit, R. C., 2006, Frequency Analysis of Consecutive days maximum rainfall at Banswara, Rajasthan, India, *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. VOL.1, NO.3.
- Bobee, B., Ashkar, 1995, *Gamma Family and Derived Distributions Applied in Hydrology*, Rezaee-Pazhand, H., first pub. Ferdowsi University Press, 890 pp.
- Edmond, F., Schulz, Victor, A., Koelzer, Kh. M., 1973, *Floods and droughts*, Water Resources Publications, 679 pages.
- Ghahraman, B., Ahmadi, F., 2007, Application of Geostatistics in Time series: Mashhad Annual Rainfall, *Iran-Watershed Management Science & Engineering*. Vol. 1, No. 1.
- Jacob, D., Reed, D. W., Robson, A. J., 1999. Choosing a pooling group. *Flood Estimation Handbook*. Vol. 3. Institute of Hydrology, Wallingford, UK.
- Jazuri, A., and Julien P., Y., 2011, Determination of Distribution Functions Model for Annual Rainfall at Hulu Langat, Selangor, Malaysia, *Hydrology Days*.
- Khalili, A., Bazrafshan, J. 2008, Evaluation of drought duration risk using annual secular precipitation data in ancient stations of Iran, *Journal of Geophysical*, Volume 2, Number 2.
- Maronna, R. A., et al, 2006, "Robust Statistics", John Wiley.
- Modarres, R., 2007, Regional rainfall distribution of Iran, *Pajouhesh & Sazandegi Journal*, No 75 pp:86-91.
- Mooley, D. A., Rao, G. A., 1971, Distribution Function for Seasonal and Annual over India, *Monthly weather review*, Vol. 99, No. 40.
- Rao R., A., et al, 2000, *Flood Frequency Analysis*, CRC Press LLC.
- Rezaee-Pazhand, H., 2002, Application of probability and statistics in water resources, *Mashhad Islamic Azad University Pub*, pp472.
- Rezaee-Pazhand, H., Bozorgnia, A., 1996, *The gamma family and derived distributions applied in hydrology*, Mashhad University Pub, pp238.

- Washington, DC, V. S. Department of Commerce. Weather Bureau.
21. U.S. Department of Commerce. 1968. World weather records, 1951 -1960. Washington, DC, V.S. Department of Commerce. Environmental Science Services Administration.
22. U.S. Department of Commerce. 1977. World weather records, 1971-1980. Washington, DC, V. S. Department of Commerce. National Oceanographic and Atmosphere Administration.
23. U.S. Department of Commerce. 1981. World weather records, 1961 -1970. Washington, D C, V.S. Department of Commerce. National Oceanographic and Atmospheric Administration.
15. Sadeghi, H., Bozorgnia, A., 1991, Elements of survey sampling, Astan Qods Razavi Pub, pp244.
16. Smithsonian Institution. 1927. World weather records, 1910-1920. Smithson. Misc. Collect. , 79. (Publication2913.)
17. Smithsonian Institution. 1934. World weather records, 1921-1930. Smithson. Misc. Col lect., 90. (Publication3216.)
18. Smithsonian Institution. 1947. World weather records, 1931 - 1940. Smiths on. Misc. Col Lect., 105. (Publication3803.)
19. Tabatabee-Yazdai J., Rezaee- Pazhand H., Khatami-Mashhadi, H., 2009, Runoff regression models for small catchments, Journal of Water and Soil Vol. 23, No. 4, p. 193-204
20. U.S. Department of Commerce. 1959. World weather records, 1941 -1950.