

کاربرد مدل سری زمانی برای تخمین میزان بارش ماهانه در استان کرمانشاه

لیلا تیموری یگانه^۱، مریم تیموری یگانه^۲

۱- دانش آموخته آمار ریاضی، دانشگاه رازی، کرمانشاه

۲- دانشجوی دکترای سازه‌های آبی دانشگاه رازی، کرمانشاه

چکیده

پیش‌بینی فرایندهای آب و هوایی ابزار مناسبی در اختیار مدیران حوضه‌های مختلف قرار می‌دهد، تا با در نظر گرفتن این پیش‌بینی‌ها، سیاست‌های آینده را در جهت بهینه‌نمودن صرف‌هزینه‌ها و امکانات بهره‌وری حداکثر طرح ریزی کنند. پیش‌بینی بارش برای اهداف مختلفی نظیر برآورد سیلاب، خشکسالی، مدیریت حوضه آبریز، کشاورزی و ... دارای اهمیت بسیاری است. در این تحقیق، جامعه آماری شامل میزان بارش در ایستگاه‌های سینوپتیکی استان کرمانشاه، کنگاور، سرپل ذهاب و اسلام‌آباد غرب می‌باشد. روش مطالعه به صورت مقطعی و حجم نمونه نیز تمام داده‌های میزان بارش طی سال‌های ۱۳۶۵ تا ۱۳۹۷ می‌باشد. به منظور تجزیه و تحلیل داده‌ها از روش آریمای برای برازش مدل‌سازی سری زمانی و در انتها بعد از آزمون مدل‌های موجود بهترین مدل برای پیش‌بینی میزان بارش تعیین گردید. نتایج بررسی‌ها نشان داد که مدل سری زمانی آریمای بهترین کارایی را داشته و روند کاهشی بارش به اندازه ۰/۲ را خواهد داشت. در بررسی‌های حاضر با استفاده از داده‌های ۳۲ ساله (۶۵-۹۷) ایستگاه کرمانشاه، اسلام‌آباد، کنگاور و سرپل ذهاب و همچنین مدل‌های سری زمانی اقدام به مدل‌سازی و پیش‌بینی بارش گردید. براساس نتایج بدست آمده از نمودارهای خود همبستگی و خود همبستگی جزئی، بهترین مدل برازش شده بر داده‌ها مدل $ARIMA(2,1,1)$ بود. در نهایت با توجه به تصادفی بودن و همچنین تأخیر زمانی خارج از محدوده صفر براساس باقیمانده خود همبستگی جزئی و باقیمانده خود همبستگی در مدل پیش‌بینی داده‌ها کمتر از ۰/۰۵ می‌باشد. پس مدل پیش‌بینی قابل اطمینان برآورد شد. و براساس مدل برازش شده بارش به اندازه ۰/۲ روند کاهشی را خواهد داشت.

کلید واژه‌ها: بارش ماهانه، سری زمانی، کرمانشاه، پیش‌بینی.

مقدمه

در سالهای اخیر محدودیت منابع آبی جهت تامین آب مورد نیاز کشاورزی و غیر کشاورزی موجب بروز مشکلات زیادی شده است و باران یکی از منابع مهم تامین آب به حساب می‌آید. از طرف دیگر بارندگی یکی از مهمترین مولفه های ورودی به سیستم های هیدرولوژیکی محسوب می‌شود که مطالعه و اندازه گیری آن در اکثر موارد برای مطالعات رواناب، خشکسالی، آبهای زیرزمینی، سیلاب، رسوب و ... لازم و ضروری است. بنابراین پیش‌بینی و برآورد نزولات جوی برای هر منطقه و آبخیز به عنوان یکی از پارامترهای مهم اقلیمی در استفاده بهینه از منابع آبی محسوب می‌گردد. یکی از روشهای ارزیابی و پیش‌بینی بارش، استفاده از سریهای زمانی است. در استفاده از سریهای زمانی درمدلسازی پارامترهای هیدرولوژیکی همچون بارندگی، دما و جریانهای رودخانه پژوهش‌های متعددی صورت گرفته است. بورلاندو و همکاران (۱۹۹۶) از مدل‌های آریما جهت پیش‌بینی بارندگی‌های ساعتی در زمان وقوع آنها استفاده کردند و مقادیر به دست آمده را با داده‌های باران سنجی مقایسه نمودند. نتایج تحقیق آنها بیانگر این است که با افزایش مدت دوام بارندگی، پیش‌بینی‌ها روند دقیق‌تری داشتند و با کوتاه‌تر شدن دوام بارندگی، اختلاف میزان باران پیش‌بینی از مقدار واقعی متناظر خود بیشتر می‌شود. نواکز و همکاران (۱۹۸۵) دقت پیش‌بینی کوتاه مدت مدل‌های آریما، ساریما و مدل‌های خودهمبسته دوره‌ای را بر روی سری ۳۰ ماهه جریان مقایسه کردند و نشان دادند که مدل‌های خود همبسته دوره‌ای دقیق‌ترین پیش‌بینی را دارند. آنها همچنین برتری تبدیل لگاریتمی را به دیگر تبدیل‌های باکس-کاکس بر اساس روش حداکثر درستنمایی را به دست آوردند. پاراس و ماتور (۲۰۱۲) دو روش سری زمانی و رگرسیون چند متغیره غیر خطی را برای پیش‌بینی بارش ماهانه هندوستان مناسب معرفی کردند. رویرو و پوچتا (۲۰۱۴) در مقایسه دو روش سری زمانی و شبکه عصبی مصنوعی، روش نخست را برای منطقه آرژانتین بسیار مناسب دانستند. الهاشمی (۲۰۱۴) در پیش‌بینی بارش ماهانه یمن سه روش شبکه عصبی، سری زمانی و رگرسیون چند متغیره را مقایسه کردند و به ترتیب روشهای شبکه عصبی مصنوعی، مدل

آریما و در نهایت رگرسیون چند متغیره را مناسب دانستند. آشگرطوسی (۱۳۸۲) با استفاده از سریهای زمانی، خشکسالی منطقه شیروان در استان خراسان را پیش‌بینی نمود و براساس نتایج به دست آمده، بهترین الگوی کشت را پیشنهاد کرد. مسعودیان و همکاران (۱۳۸۹) روند تعداد روزهای همراه با بارش در ماه را بررسی و کاهشی بودن روند را گزارش کردند. فیضی و همکاران (۱۳۸۹)، در بررسی روند تغییرات ماهانه فصلی دما و بارش در استان سیستان و بلوچستان، کاهش مشخص روند بارش ماههای گرم را گزارش کردند. بابازاده و همکاران (۱۳۹۱) به پیش‌بینی بارش ماهانه در ایستگاه شیراز با استفاده از مدل آریما پرداخته و پس از ارزیابی مدل احتمال افزایش بارش در آینده نزدیک را پیش‌بینی کردند. حسینعلی زاده و همکاران (۱۳۹۳) نیز در پژوهشی مشابه مدل‌های سری زمانی در پیش‌بینی بارش ایستگاه گرگان را مناسب دانسته و موفق به پیش‌بینی بارش در ۱۵ ماه آینده در این ایستگاه گردیدند. بایزیدی و همکاران (۱۳۹۵) در تحلیل خشکسالی حوضه آبریز سلماس به پیش‌بینی ۷ ساله بارش و دما پرداختند و استفاده از مدل‌های سری زمانی در تحلیل بارش و پیش‌بینی شاخص‌های خشکسالی را مناسب دانستند. از سوی دیگر شبکه عصبی مصنوعی به عنوان یک روش نوین، در مدل‌سازی و پیش‌بینی سریهای زمانی غیرخطی و غیرماندگار فرآیندهایی که برای شناخت و توصیف دقیق آنها راه حل و رابطه صریحی وجود ندارد، عملکرد خوبی از خود نشان داده است. اکنون این شبکه‌ها با ساختارهای متنوع و وسیع، در بسیاری از علوم، از جمله مهندسی آب، گسترش یافته‌اند. در این تحقیق در قسمت مواد و روش‌ها به منظور انتخاب بهترین مدل برای برازش داده‌ها از مدل آریما و توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی استفاده گردید. سپس در قسمت تحلیل نتایج از نرم افزارهای آماری Spss16, Minitab18 استفاده گردید و در انتها بعد از آزمون مدل‌های موجود بهترین مدل برای پیش‌بینی میزان بارش تعیین گردید.

مواد و روش‌ها

به منظور مدل‌سازی از سریهای زمانی، در اغلب موارد متخصصان از انواع متنوع مدل‌های ریاضی و آماری بهره می‌-

$$X(t) = a_0 + a_1 X(t-1) + a_2 X(t-2) + \dots + a_p X(t-p) + Z(t) + \theta_1 Z(t-1) + \dots + \theta_q Z(t-q) \quad (3)$$

فرایند خود همبسته- میانگین متحرک تلفیق شده

ARMA(p,d,q)

برای استفاده از مدل‌های فوق باید فرآیند ایستایی برقرار باشد از این رو باکس و همکاران (۱۹۹۴) در شرایط نایستایی مدل ARMA را با در نظر گرفتن مرتبه تفاضلی d ارائه نموده‌اند.

فرایند خود همبسته- میانگین متحرک تلفیق شده فصلی

$$ARMA(p, d, q) \times (p, d, q)$$

هرگاه در یک سری بعد از هر فاصله زمانی مشخص S شباهت‌هایی پیدا شود، سری دارای رفتار فصلی یا تناوبی با دوره تناوب S می‌شود.

مراحل مدل‌سازی یک سری زمانی

بررسی ایستایی در واریانس

اولین گام در مدل‌سازی یک سری زمانی رسم نمودار آن می‌باشد. نمودار سری زمانی به شناسایی روند، نایستایی در واریانس، فصلی بودن و شناسایی داده‌های پرت کمک شایانی می‌کند. با توجه به آن‌که مدل‌های احتمال سری‌های زمانی برای سری‌های ایستا در میانگین و واریانس تعریف شده‌اند، لازم است که ابتدا ایستایی سری را بررسی کرد و در صورت نایستایی بودن سری، با انجام تبدیلات مناسب آن را به یک سری ایستا تبدیل کرد. مهمترین تبدیلات مورد نیاز سری زمانی تبدیلات تثبیت‌کننده واریانس و تبدیلات تفاضلی می‌باشد. اگر قرار باشد هر دوی این تبدیلات انجام شود، ابتدا باید تبدیلات تثبیت‌کننده واریانس را انجام بگیرد. به همین جهت ابتدا بایستی پایایی واریانس سری بررسی گردد. مهمترین ابزار بررسی پایایی واریانس استفاده از رویه باکس و کاکس می‌باشد.

بررسی ایستایی در میانگین

برای بررسی ایستایی سری در میانگین می‌توان از نمودار سری و همبستگی نگار آن استفاده کرد. چنانچه acf نمونه‌ای بسیار تنزل کند و $pacf$ بعد از تأخیر یک قطع شود، لزوم تفاضلی کردن را می‌رساند. نایستایی در میانگین

گیرند بطوریکه همبستگی‌های موجود ما بین زمان و مشاهدات مد نظر است. (نیرومند و بزرگ نیا ۱۳۸۱)

نظریه مدل‌های سری زمانی

مدل اتورگرسیون $AR(p)$:

اگر مقدارهای سری زمانی ایستا به صورتی باشند که به مقدارهای قبلی خود بستگی داشته باشند، از مدل اتورگرسیون استفاده می‌شود. در این حالت p را تعداد مشاهدات گذشته می‌باشد که برای پیش‌بینی یک مقدار در نظر گرفته می‌شود. بنابراین مدل اتورگرسیون برای سری زمانی ایستا $X(t)$ به صورت رابطه (۱) بیان می‌شود:

$$X(t) = a_0 + a_1 X(t-1) + a_2 X(t-2) + \dots + a_p X(t-p) + Z(t)$$

که در آن، پارامترهای مدل اتورگرسیون $a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$ و خطای تصادفی می‌باشد. چنین مدلی به صورت $AR(p)$ بیان می‌شود و p را مرتبه مدل می‌باشد. انتخاب مقدار p نیاز به بررسی سری زمانی و میزان همبستگی مقدارهای سری زمانی به یکدیگر دارد. معمولاً برای بررسی سری زمانی ایستا از مدل اتورگرسیون مرتبه اول استفاده می‌شود. مدل اتورگرسیون مرتبه اول به صورت رابطه زیر می‌باشد:

$$X(t) = a_0 + a_1 X(t-1) \quad (2)$$

مدل میانگین متحرک $MA(q)$

در این مدل متغیر در زمان t از روی مقدار تصادفی همان لحظه به علاوه q برابر مقدار تصادفی مربوط به زمان‌های قبل از t برآورد می‌شود.

روش پیش‌بینی مدل میانگین متحرک- اتورگرسیون $ARMA(p, q)$

با توجه به خصوصیات هر یک از روش‌های میانگین متحرک و اتورگرسیون، امکان ترکیب این دو روش نیز وجود دارد. چنین مدلی به نام میانگین متحرک- اتورگرسیون معروف است. رابطه بین مقدارهای سری زمانی ایستا در این مدل به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

سازی سری زمانی و در انتها بعد از آزمون مدل‌های موجود بهترین مدل برای پیش بینی میزان بارش تعیین گردید.

نتایج و بحث

در این تحقیق به منظور بررسی پایایی واریانس از تبدیل توانی باکس-کاکس استفاده شد. همچنین با توجه به مقدار λ ، از تبدیل $\ln(x)$ بر روی داده‌ها، از نرم افزار Minitab 18 استفاده گردید. در شکل ۱ نمودار سری زمانی میزان بارش در ایستگاه‌های سینوپتیکی استان کرمانشاه، کنگاور، سرپل ذهاب و اسلام آباد غرب برای ۳۲ سال آماری نشان داده شده است. در این نمودارها میزان بارش برای سال‌های (۱۳۶۵-۱۳۹۷) به ترتیب از (۳۲-۱) کد گذاری شده است. طبق این روش بیشترین و کمترین میزان بارش در ایستگاه کرمانشاه به ترتیب مربوط به سال ۱۳۷۱ (کد ۷) و ۱۳۷۳ (کد ۹)، بیشترین و کمترین میزان بارش در ایستگاه کنگاور به ترتیب مربوط به سال ۱۳۹۷ (کد ۳۲) و ۱۳۶۸ (کد ۴)، بیشترین و کمترین میزان بارش در ایستگاه سرپل ذهاب به ترتیب مربوط به سال ۱۳۹۷ (کد ۳۲) و ۱۳۹۶ (کد ۳۱)، بیشترین و کمترین میزان بارش در ایستگاه اسلام آباد غرب به ترتیب مربوط به سال ۱۳۹۷ (کد ۳۲) و ۱۳۷۳ (کد ۹) می‌باشد.

در شکل ۲ نمودار باکس کاکس میزان بارندگی در ایستگاه‌های سینوپتیکی استان کرمانشاه، کنگاور، سرپل ذهاب و اسلام آباد غرب، تحت تبدیل $\ln(x)$ نشان داده شده است. استفاده از این تبدیل برای نزدیک کردن توزیع داده‌ها به توزیع نرمال به کار گرفته می‌شود. همچنین این تبدیل علاوه بر پایدار کردن واریانس، تقریب نرمالی از داده‌ها را نشان می‌دهد. شکل ۲ گویای پیروی کردن داده‌ها از توزیع نرمال است.

در جدول ۱ تبدیلات پایداری واریانس به ازای مقادیر مختلف λ نشان داده شده است.

یک روش برای بیان وابستگی زمانی در ساختار یک سری زمانی، تعریف خودهمبستگی می‌باشد. رابطه تابع خودهمبستگی (acf) با تاخیر k به صورت رابطه زیر نشان داده می‌شود.

از نمودار سری زمانی نیز مشخص است. ممکن است برای رفع نایستایی لازم باشد داده های اولیه را بار تفاضلی کنیم. البته تجربه نشان داده است که معمولا از ۲ تجاوز نمی‌کند.

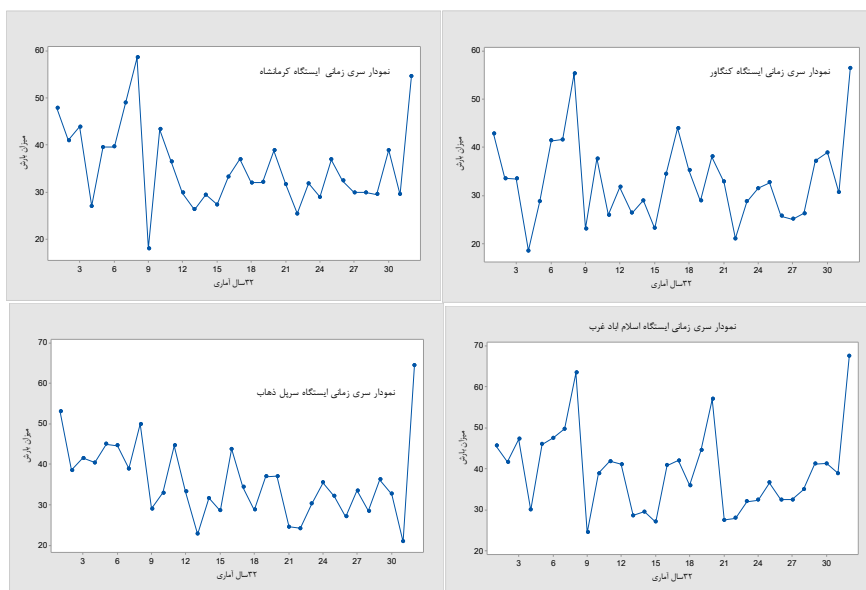
رسم acf (تابع خود همبستگی) و $pacf$ (تابع خود همبستگی جزئی) نمونه ای

وسيله مهم در تشخیص مدل، تابع خود همبستگی و تابع خود همبستگی جزئی می‌باشد. رسم این نمودارها در تعیین نوع و مرتبه فرآیند مفید است. برای تشخیص بهتر مدل توصیه می‌شود که حجم نمونه حداقل ۵۰ باشد و acf و $pacf$ حداقل تا تأخیر محاسبه و رسم شوند. در ابتدا بایستی رفتار acf و $pacf$ نظری را بررسی شود و سپس با توجه به اینکه رفتار acf و $pacf$ نمونه‌ای تا اندازه‌ای مشابه رفتار نوع نظری آن می‌باشد، رفتار این توابع با نوع نظری آن‌ها مقایسه شود. این مقایسه در تشخیص نوع و مرتبه فرآیند مفید است.

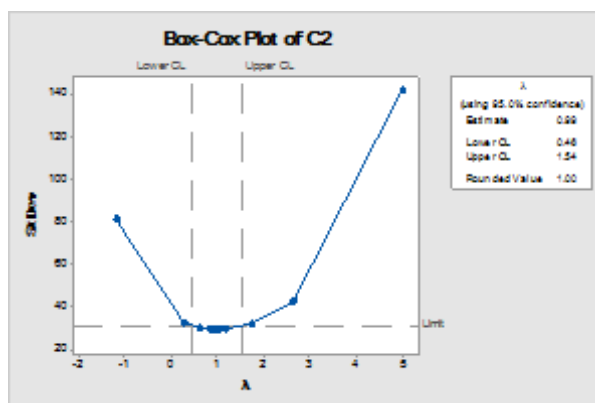
آزمون وجود روند قطعی در مدل

ممکن است در یک سری زمانی روند قطعی وجود داشته باشد. وجود روند قطعی در مدل معادل است با وجود جمله ثابت در مدل. بنابراین برای آزمون وجود روند قطعی در مدل باید فرضیه صفر را آزمون کرد. معمولا در عمل اگر مقدار آماره T بیشتر از ۲ باشد، وجود روند قطعی در مدل را پذیرفته می‌شود. در نرم افزار مینی تب با توجه به p -value برای جمله ثابت نیز می‌توان در مورد حضور یا عدم حضور آن در مدل تصمیم گرفت. بطوری که اگر p -value ≥ 0.05 فرضیه را می‌پذیریم در غیر این صورت این فرضیه در سطح معنی داری ۰/۰۵ رد می‌شود و باید جمله ثابت را در مدل لحاظ کرد.

در این تحقیق، جامعه آماری شامل میزان بارش در ایستگاه‌های سینوپتیکی استان کرمانشاه، کنگاور، سرپل ذهاب و اسلام آباد غرب می‌باشد. داده‌ها از پایگاه اینترنتی هواشناسی به نشانی www.kermanshahmet.ir تهیه شده است. روش مطالعه به صورت مقطعی و حجم نمونه نیز تمام داده‌های میزان بارش طی سال‌های ۱۳۶۵ تا ۱۳۹۷ می‌باشد. به منظور تجزیه و تحلیل داده‌ها در این تحقیق از نرم افزار-های آماری Spss16, Minitab18 برای برآزش مدل-



شکل ۱- نمودار سری زمانی میزان بارش در ایستگاه‌های سینوپتیکی



شکل ۲- نمودار باکس کاکس میزان بارش در ایستگاه‌های سینوپتیکی

جدول ۱- تبدیلات پایداری واریانس برای λ مختلف

λ	-۱	-۰,۵	۰	۰,۵	۰
نوع تبدیل	$\frac{1}{x_\tau}$	$\frac{1}{\sqrt{x_\tau}}$	$\ln(x_\tau)$	$\sqrt{x_\tau}$	x_τ

روش دیگر برای عنوان نمودن وابستگی زمانی در ساختار یک سری زمانی، تعریف تابع خود همبستگی جزئی می‌باشد. اگر ϕ_k تابع خود همبستگی جزئی سری زمانی با تاخیر k باشد، رابطه تابع خود همبستگی جزئی (pacf) به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\phi_k(k) = \frac{\rho_k - \sum_{i=1}^{k-1} \phi_i(k-1)\rho_{k-1}}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \phi_i(k-1)\rho_i} \quad (۵)$$

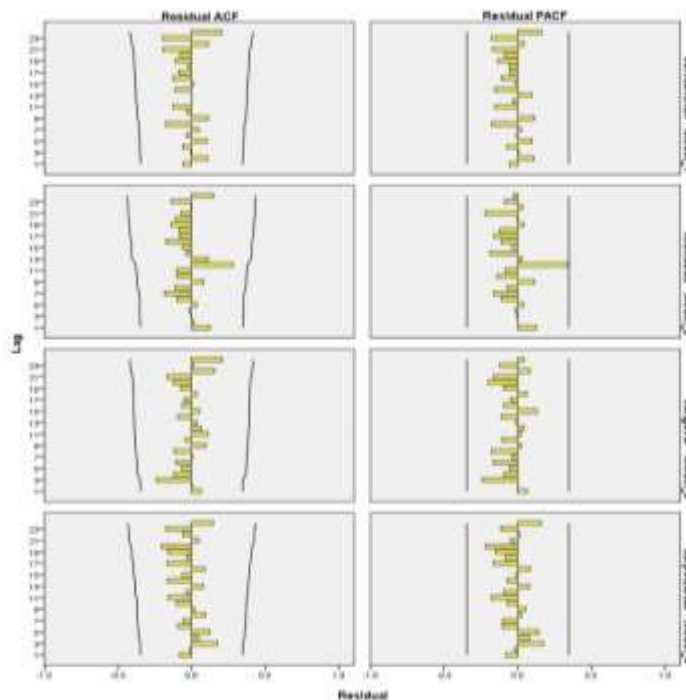
$$\rho_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} (z_i - \bar{z})(z_{i+k} - \bar{z})}{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2} \quad -1 \leq \rho \leq 1 \quad (۴)$$

که در آن ρ_k مقدار تابع خودهمبستگی سری زمانی با تاخیر k ، z_i و z_{i+k} مقادیر متغیرها یا داده‌های سری زمانی در مرحله زمانی i و مرحله با تاخیر زمانی k ، مقدار میانگین مربوط به متغیرها می‌باشد.

همبستگی برای تاخیری برابر با ۶، بسیار کوچک (۰,۰۱۱۷) شده و در انتها ضریب همبستگی کاهش یافته و به صورت معکوس است. در ایستگاه سرپل ذهاب برای تابع خود همبستگی مشخص شد که نمودار به صورت صعودی برحسب تاخیر است. یعنی هرچه مشاهدات با تاخیر کمتری باشند، همبستگی بیشتری پیدا می‌کنند. ولی بعد از تاخیر ۲ به نظر می‌رسد که همبستگی شدید ولی به صورت معکوس است. ولی به مرور دوباره افزایش یافته و در ادامه نیز ضریب همبستگی برای تاخیری برابر با ۸، بسیار کوچک (۰,۰۳۷-) شده و در انتها ضریب همبستگی افزایش یافته و به صورت مستقیم است. در ایستگاه اسلام آباد غرب برای تابع خود همبستگی مشخص شد که نمودار به صورت صعودی برحسب تاخیر است. یعنی هرچه مشاهدات با تاخیر کمتری باشند، همبستگی بیشتری پیدا می‌کنند. ولی بعد از تاخیر ۳ به نظر می‌رسد که همبستگی شدید ولی به صورت مستقیم است. ولی به مرور دوباره افزایش یافته و در ادامه نیز ضریب همبستگی برای تاخیری برابر با ۲۱، بسیار کوچک (۰,۰۵۱-) شده و در انتها ضریب همبستگی افزایش یافته و به صورت مستقیم است.

توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی در تشخیص مدل کمک قابل توجهی می‌کنند. در شکل ۳ توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی (pacf و acf) نمونه تاخیر $k = \frac{n}{\varepsilon}$ محاسبه و رسم شده است. نمودارها در محیط نرم افزار Spss16 رسم شده است.

مطابق شکل ۳ برای تابع خود همبستگی ایستگاه کرمانشاه مشخص می‌کند. که نمودار به صورت صعودی برحسب تاخیر است. یعنی هرچه مشاهدات با تاخیر کمتری باشند، همبستگی بیشتری پیدا می‌کنند. ولی بعد از تاخیر ۳ به نظر می‌رسد که همبستگی شدید ولی به صورت معکوس است. ولی به مرور دوباره کاهش یافته و در ادامه نیز ضریب همبستگی برای تاخیری برابر با ۱۳، بسیار کوچک (۰,۰۲۷-) شده و در انتها ضریب همبستگی افزایش یافته و به صورت مستقیم است. در ایستگاه کنگاور برای تابع خود همبستگی مشخص شد که نمودار به صورت صعودی برحسب تاخیر است. یعنی هرچه مشاهدات با تاخیر کمتری باشند، همبستگی بیشتری پیدا می‌کنند. ولی بعد از تاخیر ۲ به نظر می‌رسد که همبستگی شدید ولی به صورت مستقیم است. ولی به مرور دوباره افزایش یافته و در ادامه نیز ضریب



شکل ۳- نمودار خود همبستگی، خود همبستگی جزئی میزان بارش در ایستگاه‌های سینوپتیکی

مدل با دو روش تجزیه و تحلیل باقی مانده‌های مدل برازش شده و تحلیل مدل‌هایی که پارامتر بیشتری دارند (اصل امساک) پرداخته شد. در شکل ۴ الگویی که به کار برده شده است دارای کمترین تعداد ممکن پارامترها می‌باشد که بطور قابل قبولی داده‌ها را مشخص می‌کند. همچنین با توجه به این‌که عدم کفایتی برای الگو پیدا نشد در این صورت، فرض می‌شود الگو کامل است و با استفاده از آن می‌توان مقادیر آینده سری را پیش بینی کرد. مطابق شکل ۴ میزان بارش برای سال ۱۳۹۸ به بعد روندی صعودی را خواهد داشت.

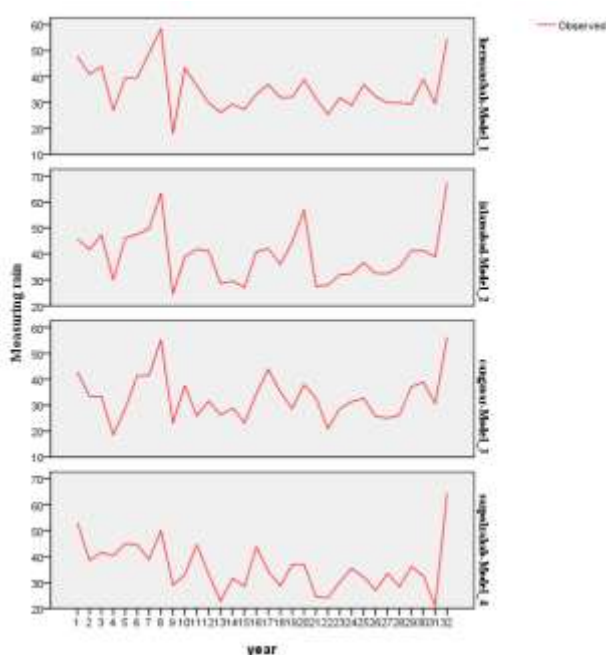
در این تحقیق برای برازش مدل از نرم افزار Spss16 استفاده شد. نرم افزار برای برآورد پارامترهای مدل از روش ماکزیمم درستنمایی استفاده می‌کند. در جدول ۲ و ۳ این مقادیر نشان داده شده است.

تابع میانگین یک فرآیند نایستا را با یک روند قطعی از زمان، نشان می‌دهد. در چنین حالتی از یک الگوی رگرسیون استاندارد، برای بیان پدیده می‌توان استفاده کرد. یک مدل آریمما با روند قطعی را به صورت زیرنمایش داده می‌شود (نیرومند و بزرگ نیا ۱۳۸۱).

$$\varphi(B)w_{\tau} = \theta_0 + \theta_1 z_{\tau}$$

$$w_{\tau} = \nabla^d \chi_{\tau} = (1-B)^d \chi_{\tau} \quad (6)$$

وجود روند قطعی در مدل با وجود جمله ثابت θ_0 در مدل معادل است. پس از محاسبه آزمون فرض صفر $H_0: \theta_0 = 0$ با توجه به مقدار P-value در صورتی که از ۰,۰۵ کوچکتر باشد، فرض صفر پذیرفته نیست (یعنی $\theta_0 \neq 0$). برای انجام این آزمون از نرم‌افزار Minitab استفاده شده است. پس از تشخیص مدل مناسب و برآورد پارامترهای آن به بررسی مناسبت الگوی پیشنهادی



شکل ۴- نمودار پیش بینی میزان بارش در ایستگاه‌های سینوپتیکی

جدول ۲- آماره‌های مدل و نتایج آزمون لجنونگ باکس

Model	Number of Predictors	Model Fit statistics					Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers	
		Stationary R-squared	RMSE	MAE	MaxAPE	MaxAE	Normalized BIC	Statistics	DF		Sig
Kermanshah-Model_1	0	0.818	8.654	6.521	106.704	21.713	4.424	6.638	17	0.988	0
Isfahan-Model_2	0	-7.06E-14	10.228	7.776	62.188	27.891	4.738	12.923	16	0.796	0
Sangaveh-Model_3	0	-1.94E-14	8.774	6.634	78.81	23.27	4.432	6.913	16	0.991	0
Sarpolizahab-Model_4	0	0.731	9.069	6.428	63.032	32.199	4.518	9.679	17	0.917	0

جدول ۳- پارامترهای برآورد شده مدل

Fit Statistic	Mean	SE	Minimum	Maximum	Percentile						
					5	10	25	50	75	90	95
Stationary	0.387	0.449	-7.08E-14	0.818	-7.08E-14	-7.08E-14	-5.80E-14	0.365	0.795	0.818	0.818
R-squared	0.024	0.032	-5.07E-06	0.088	-5.07E-06	-5.07E-06	-4.25E-06	0.015	0.058	0.068	0.088
RMSE	9.191	0.719	8.654	10.226	8.654	8.654	8.684	8.921	9.937	10.226	10.226
MAPE	19.997	1.007	18.821	21.09	18.821	18.821	19.005	20.039	20.947	21.09	21.09
MaxAPE	77.684	20.803	62.188	106.704	62.188	62.188	62.399	70.922	99.731	106.704	106.704
MAE	6.843	0.629	6.429	7.778	6.429	6.429	6.454	6.983	7.492	7.778	7.778
MaxAE	26.266	4.744	21.713	32.199	21.713	21.713	22.102	25.075	31.119	32.199	32.199
Normalized BIC	4.338	0.152	4.424	4.758	4.424	4.424	4.431	4.485	4.688	4.758	4.758

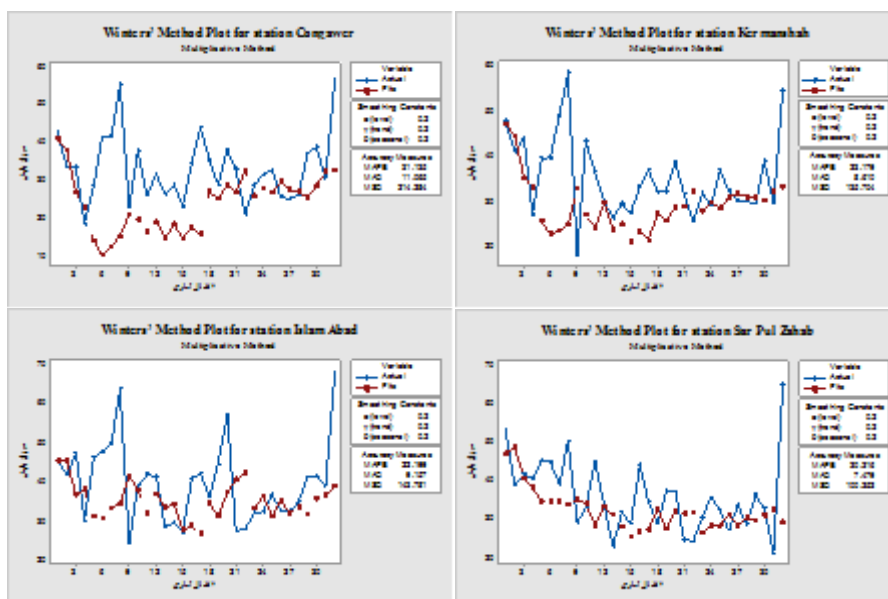
$$T_t = \beta T_{t-1} + (1-\beta)(\bar{X}_t - \bar{X}_{t-1})$$

$$F_t = \gamma F_{t-1} + (1-\gamma) \frac{X_t}{\bar{X}_t} \quad (7)$$

اگر S سری دوره زمانی در هر سال داشته باشد، عامل فصلی مرتبط با آن در سال قبل با F_{T-S} نشان داده می‌شود. ضرایب α, β, γ هموار سازی نمایی هلت ویتترز هستند که بین صفر و یک می‌باشند. در شکل ۵ مدل برازش داده شده برای کل ایستگاه‌ها برابر با ۰/۲ را نشان می‌دهد. یعنی میزان بارندگی برای مدل برازش داده شده از سال ۱۳۹۶ (کد ۳۱) به یک نقطه ثابت رسیده و میزان بارندگی در هر سال نسبت به سال قبل آن ۰/۲- اختلاف خواهد داشت.

مدل هلت ویتترز

یکی دیگر از روش‌های پیش‌بینی، روش هلت ویتترز می‌باشد که با استفاده از این روش به آسانی می‌توان هموار کردن نمایی را به سری‌هایی که شامل روند و تغییرات فصلی می‌باشند تعمیم داد (فتحی و همکاران، ۱۳۹۱). از این روش برای پیش‌بینی کوتاه مدت و همچنین پیش‌بینی‌های میان مدت استفاده کرد. این رویه برآوردهای پویایی از مولفه‌های روند T_t سطح \bar{X}_t و مولفه فصلی F_t فراهم می‌آورد. معادله هموار کردن نمایی به صورت زیر است.



شکل ۵- نمودار پیش‌بینی به روش هلت ویتترز برای میزان بارش در ایستگاه‌های سینوپتیکی

میانگین متحرک مرکزی (با طولی برابر با طول دوره فصلی) داده‌های فاقد روند هموار می‌شوند. پس از محاسبه میانگین متحرک، در مدل ضربی با تقسیم داده‌ها بر آن و در مدل جمعی با تفریق داده‌ها از آن، مقادیری به عنوان فصلی خام (Raw seasonal) حاصل می‌شود. در هر دوره فصلی

برون یابی منحنی روند

در شکل ۶ با استفاده از رگرسیون کمترین مربعات یک خط به داده‌ها برازش می‌یابد، سپس در مدل ضربی با تقسیم داده‌ها بر عامل روند و در مدل جمعی با تفریق روند از داده‌ها، داده‌ها فاقد روند می‌شوند. در ادامه با استفاده از

کوچکتر بودن واریانس و معیار آکائیک مدل $ARIMA(2,1,1)$ نسبت به سایر مدل‌ها برتری داشته است. در جدول ۵ نتایج مدل‌های مرتبه اول و دوم سری‌های زمانی ایستگاه اسلام آباد غرب، گویای آن است که به دلیل کوچکتر بودن واریانس و معیار آکائیک مدل $ARIMA(2,1,1)$ نسبت به سایر مدل‌ها برتری داشته است. در جدول ۶ نتایج مدل‌های مرتبه اول و دوم سری‌های زمانی ایستگاه سرپل ذهاب، گویای آن است که به دلیل کوچکتر بودن واریانس و معیار آکائیک مدل $ARIMA(2,1,1)$ نسبت به سایر مدل‌ها برتری داشته است.

میان‌ه مقادیر فصلی خام محاسبه شده و سپس تعدیل می‌شود. شاخص فصلی برای تبدیل داده‌ها به داده‌های فصلی تعدیل شده استفاده می‌شود. معادله خط روند برازش داده شده به داده‌های میزان بارش در ایستگاه‌های سینوپتیکی مورد استفاده به صورت شکل ۶ بیان گردیده است. نتایج به دست آمده برای مدل‌های مرتبه اول و دوم با استفاده از نرم افزار Minitab18 به تفکیک ایستگاه‌ها به شرح زیر است. در جدول ۴ نتایج مدل‌های مرتبه اول و دوم سری‌های زمانی ایستگاه کرمانشاه، گویای آن است که به دلیل

جدول ۴- نتایج مدل‌های مرتبه اول و دوم سری‌های زمانی ایستگاه کرمانشاه

مدل	a_0	a_1	θ_1	θ_2	باقی مانده واریانس	معیار آکائیک
AR(1)	۰/۵۴۲۱	-	-	-	۱۰۹/۲	۴۶۷/۰۴
AR(2)	۰/۶۵۴۸	-۰/۲۱۸۱	-	-	۱۰۴/۱	۴۶۶/۸۴
MA(1)	-	-	-۰/۵۷۸۲	-	۱۰۶/۸	۴۶۵/۵۱
MA(2)	-	-	-۰/۷۰۲۳	-۰/۱۵۷۲	۱۰۳/۱	۴۶۶/۰۲
ARMA(1,1)	۰/۲۵۰۶	-	-۰/۴۳۳۰	-	۱۰۳/۸	۴۶۶/۱۶
ARMA(1,2)	۰/۸۶۹۷	-	-۰/۴۷۹۲	۰/۵۸۳۶	۹۵/۷۴	۴۶۴/۲۳
ARMA(2,1)	۱/۵۷۴۱	-۰/۵۸۲۱	۰/۹۶۱۴	-	۹۸/۲۴	۴۶۵/۷۷
ARMA(2,2)	۰/۹۸۷۶	-۰/۱۶۰۴	۰/۵	۰/۵۹۴۳	۸۹/۹۶	۴۶۲/۸۴
ARIMA(2,1,1)	۰/۷۲۴۱	-	۰/۴۰۳۱	-	۱۰۳/۳۱	۴۵۷/۹۴

جدول ۵- نتایج مدل‌های مرتبه اول و دوم سری‌های زمانی ایستگاه اسلام آباد غرب

مدل	a_0	a_1	θ_1	θ_2	باقی مانده واریانس	معیار آکائیک
AR(1)	۰/۵۶۷۲	-	-	-	۱۰۶/۴	۴۵۵/۳۲
AR(2)	۰/۶۳۷۱	-۰/۳۰۷۱	-	-	۱۰۲/۳	۴۵۵/۰۹
MA(1)	-	-	-۰/۵۲۷۱	-	۱۰۶/۸	۴۵۵/۱۱
MA(2)	-	-	-۰/۶۳۱۰	-۰/۱۶۳۱	۱۰۴/۱	۴۵۶/۶۹
ARMA(1,1)	۰/۳۷۰۲	-	-۰/۵۴۱۰	-	۱۰۷/۶	۴۵۴/۱۹
ARMA(1,2)	۰/۷۸۲۱	-	-۰/۴۹۶۱	۰/۵۹۴۱	۹۸/۹۱	۴۵۴/۶۹
ARMA(2,1)	۱/۴۳۹۱	-۰/۶۰۲۱	۰/۸۹۳۰	-	۹۷/۴۲	۴۵۵/۰۷
ARMA(2,2)	۰/۹۹۷۱	-۰/۱۷۰۳	۰/۵۳۱	۰/۵۷۶۱	۸۹/۳۹	۴۵۳/۸۲
ARIMA(2,1,1)	۰/۶۳۲۱	-	۰/۵۰۷۲	-	۱۰۲/۸	۴۵۴/۰۱

جدول ۶- نتایج مدل‌های مرتبه اول و دوم سری‌های زمانی ایستگاه سرپل ذهاب

مدل	a_0	a_1	θ_1	θ_2	باقی مانده واریانس	معیار آکائیک
AR(1)	۰/۶۷۳۱	-	-	-	۱۰۹/۵	۴۹۱/۳۰
AR(2)	۰/۵۹۶۲	-۰/۳۶۱۲	-	-	۱۰۷/۹	۴۹۱/۱۹
MA(1)	-	-	-۰/۶۲۴۱	-	۱۰۸/۱۲	۴۹۰/۰۶
MA(2)	-	-	-۰/۵۴۳۲	-۰/۷۴۳۱	۱۰۳/۱	۴۹۱/۵۳
ARMA(1,1)	۰/۳۰۶۱	-	-۰/۴۹۷۲	-	۱۰۴/۱۹	۴۹۰/۶۳
ARMA(1,2)	۰/۷۴۳۱	-	-۰/۴۵۳۱	۰/۴۳۲۱	۹۵/۲	۴۹۰/۰۱
ARMA(2,1)	۱/۵۲۹۱	-۰/۵۳۹۱	۰/۴۶۷۲	-	۹۵/۷	۴۹۱/۱۳
ARMA(2,2)	۰/۶۷۲۱	-۰/۱۷۱۴	۰/۴۷۲۱	۰/۷۶۳۱	۹۸/۴	۴۹۱/۱۶
ARIMA(2,1,1)	۰/۶۲۲۳	-	۰/۴۰۳۲	-	۱۰۲/۸	۴۸۹/۷

جدول ۷- نتایج مدل‌های مرتبه اول و دوم سری‌های زمانی ایستگاه کنگاور

مدل	a_0	a_1	θ_1	θ_2	باقی مانده واریانس	معیار آکائیک
AR(1)	۰/۵۳۲۱	-	-	-	۱۰۴/۷	۴۸۴/۹۳
AR(2)	۰/۶۷۴۱	-۰/۴۲۱۲	-	-	۱۰۳/۱۱	۴۸۴/۷۱
MA(1)	-	-	-۰/۵۳۱۷	-	۱۰۳/۰۴	۴۸۳/۰۶
MA(2)	-	-	-۰/۶۲۹۱	-۰/۱۷۲۱	۱۰۴/۲۲	۴۸۳/۶۹
ARMA(1,1)	۰/۲۶۰۳	-	-۰/۴۲۷۲	-	۹۹/۲	۴۸۴/۱۲
ARMA(1,2)	۰/۹۲۴۱	-	-۰/۵۲۴۱	۰/۶۴۲۱	۹۸/۶	۴۸۴/۱
ARMA(2,1)	۱/۶۲۷۱	-۰/۵۳۳۱	۰/۷۴۵۲	-	۹۷/۳	۴۸۳/۵۹
ARMA(2,2)	۰/۹۲۵۲	-۰/۱۷۰۳	۰/۵۷۴۲	۰/۵۷۲۱	۹۹/۱۲	۴۸۴/۱۱
ARIMA(2,1,1)	۰/۵۷۱۰	-	۰/۶۱۰۳	-	۱۰۳/۰۴	۴۸۳/۰۱

و ضریب آکائیک بیشتر نسبت به مدل AR(2) و MA(1) می‌باشد و حذف می‌گردد. همچنین به دلیل کوچکتر بودن واریانس و معیار آکائیک مدل ARIMA(2,1,1) مدل ذکر شده نسبت به سایر مدل‌ها برتری داشته و بعنوان مدل نهایی انتخاب می‌گردد.

نتیجه گیری

تحلیل پدیده‌های تصادفی در قلمرو علم آمار و احتمال از زیر مجموعه‌های علم هیدرولوژی و هواشناسی قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه فرآیندهای مربوط به هواشناسی به صورت تصادفی می‌باشند، بنابراین اساس تجزیه و تحلیل پدیده‌های مذکور هواشناسی، آمار و احتمال می‌باشد. براین اساس سری‌های زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد. طبیعی است وجود داده‌های آماری مناسب در منطقه مورد مطالعه

در جدول ۷ نتایج مدل‌های مرتبه اول و دوم سری‌های زمانی ایستگاه کنگاور، گویای آن است که به دلیل کوچکتر بودن واریانس و معیار آکائیک مدل ARIMA(2,1,1) نسبت به سایر مدل‌ها برتری داشته است.

بطور کلی می‌توان نتیجه گرفت که از بین مدل‌های ۹ گانه بررسی شده براساس تمامی معیارهای مذکور مدل ARMA(2,1) به دلیل تجاوز پارامتر مدل از عدد یک، مدل ARMA(1,1) نیز به دلیل طولانی بودن گام‌های سعی و خطا و مدل‌های ARMA(1,2) و ARMA(2,2) نیز به دلیل زیاد بودن پارامترهای مدل از گزینش حذف می‌گردند. مدل MA(1) نیز نسبت به مدل MA(2) دارای ضریب آکائیک کمتر بوده و انتخاب‌های موجود خارج می‌گردد. از بین ۴ مدل باقی مانده AR(2)، AR(1)، MA(1) و ARIMA(2,1,1) مدل AR(1) دارای واریانس

4. Bayazidi, Matlab, Thirty-Three Dead, Famous, Asr Agah, Azita (2015). Prediction and study of meteorological drought trends using time series Case study: Salmas catchment (Journal of Environment and Water Engineering, No. 2, pp. 125-129.(in persian)
 5. Borland .P., Montana. A, (1996). Forecasting of storm rain full by combined use of rider, rain gages and linear models, Atmospheric research, 42:199-216.
 6. Box,G.E.P, and jenkins, G.M (1994). Time series analysis: forecasting and control third edition, Holden-day.
 7. Faizi, Vahid, Manouchehr Farajzadeh, Rabab Norouzi, (2011). Study of Climate Change in Sistan and Baluchestan Province by Man-Kendall Method, Fourth International Congress of Geographers of the Islamic World.(in persian)
 8. Fathi, Peyman and Sadeghian, Mohammad Sadegh and Mousavi Nodoshani, Seyed Saeed, (2012), Comparison of Holt-Winters and Box-Jenkins methods in modeling river flow Case study of Karaj River, 9th International Seminar on River Engineering, Ahvaz.(in persian)
 9. Hossein Alizadeh, Mohsen, Hassan Alizadeh, Nafiseh, Babanejad, Manouchehr, Reza Nejad, Mohsen (2014). Monthly precipitation forecast using specialized time series packages in R software environment Case study: Araz Shark Station, Golestan Province, Journal Protection and exploitation of natural resources, No. 3, pp. 12-1.(in persian)
 10. Masoudian, Abolfazl (2011). Investigation of geographical distribution of precipitation in Iran by periodic factor analysis, Quarterly Journal of Geography and Development, No. 79-88.pp.1.(in persian)
- بعنوان ورودی مدل‌ها در پردازش مسائل و دریافت خروجی‌های قابل اعتماد امری بسیار مهم و تاثیر گذار می‌باشند. در بررسی‌های حاضر با استفاده از داده‌های ۳۲ ساله (۹۷-۶۵) ایستگاه کرمانشاه، اسلام آباد، کنگاور و سرپل ذهاب و همچنین مدل‌های سری زمانی اقدام به مدلسازی و پیش بینی بارش در نرم افزار Minitab18 گردید. براساس نتایج بدست آمده از نمودارهای خود همبستگی و خود همبستگی جزئی، بهترین مدل فیت شده بر داده‌ها مدل $ARIMA(2,1,1)$ بود. در نهایت با توجه به تصادفی بودن و همچنین تاخیر زمانی (Lag-time) خارج از محدوده صفر براساس باقیمانده تابع خود همبستگی جزئی (Residual- PACF) و باقیمانده تابع خود همبستگی (Residual- ACF) در مدل پیش بینی داده‌ها کمتر از ۰/۰۵ می‌باشد، پس مدل پیش بینی قابل اطمینان برآورد شد و براساس مدل برازش داده شده بارش به اندازه ۰/۲ روند کاهش را خواهد داشت.
- ### منابع
1. Ahhashimi, Shaymaa (2014). Prediction of monthly rainfall in Kirkuk using artifitial neural network and time series models. Journal of engineering and development, 18 (1), pp.129-142.
 2. Ashgartusi Shadi et al. (2005). SARIMA Modeling of Seasonal Rains (Case Study: Modeling and Prediction of Rainfall in Khorasan Province), Journal of Water Resources Research, First Year, Third Issue, pp. 53-41.(in persian)
 3. Babazadeh, Hossein, Shamsnia, Amir, Bustani, Fardin, Norouzi Aghdam, Elnaz, Khodadai Dehkordi, Davood (2012). Investigation of Drought and Wetlands and Prediction of Drought Parameters of Rainfall and Temperature in Shiraz Region Using Stochastic Methods, Journal of Geography and Planning, No. 27-51. pp.21.(in persian)

11. Niroumand, Hossein Ali and Bozorgnia, Abolghasem (Translation), Introduction to Time Series Analysis, Ferdowsi University of Mashhad Press, Second Edition, 2002.(in persian)
12. Noaks. D, Mcleod. A, (1985). forecasting monthly river flow time series, international journal of forecasting, 1: 179-190.
13. Paras, D., Mathur, S. (2012). A simple weather forecasting model using mathematical regression. Indian research journal of extension education, 1, pp.161-169.
14. Rivero, C. Pucheta, J. (2014). Forecasting rainfall time series with stochastic output approximated by neural networks Bayesian approach. International journal of advanced computer science and applications, 5 (6), pp.145- 151.